**ZADANIA OTWARTE „WŁASNOŚCI TRÓJKĄTÓW”**

**Zad. 1**

Na odcinku *AB* wybrano punkt *C*, a następnie zbudowano trójkąty równoboczne *ACD* i *CBE* tak, że wierzchołki *D* i *E* leżą po tej samej stronie prostej *AB*. Okręgi opisane na tych trójkątach przecinają się w punktach *C* i *P* (zobacz rysunek). Udowodnij, że miara kąta *APB* jest równa 120°.

|  |  |
| --- | --- |
| Rozwiązanie:  bo są to kąty wpisane oparte na tym samym łuku,  z tych samych powodów |  |

**Zad. 2**

Wykaż, że wysokość *CD* trójkąta prostokątnego ABC poprowadzona z wierzchołka *C* kąta prostego dzieli przeciwprostokątną na odcinki *AD* i *DB*, których stosunek długości jest równy stosunkowi kwadratów długości przyprostokątnych odpowiednio *AC* i *BC* tego trójkąta.

Rozwiązanie:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |





**Zad. 3**

Trójkąt ABC przedstawiony na poniższym rysunku jest równoboczny, a punkty B, C, N są współliniowe. Na boku AC wybrano punkt M tak, że |AM| = |CN|. Wykaż, że |BM| = |MN|.

Rozwiązanie:

Odłóżmy odcinek ***CN*** na boku ***BC*** z punktu ***B***. Czyli ***DB=CN=AM*,** i ***ABGM*** jest trapezem równoramiennym. Zatem trójkąt ***DBM*** jest podobny do trójkąta ***CNM.***

Stąd ***NM=MB***

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**Zad. 4**

W trójkącie równoramiennym podstawa AB ma długość 8 cm. Promień okręgu, stycznego w punktach A i B do prostych zawierających ramiona AC i BC trójkąta, ma długość 5 cm. Oblicz pole trójkąta ABC.

Rozwiązanie:

|  |  |
| --- | --- |
| Jeżeli przez O oznaczymy środek okręgu, o którym mowa w treści zadania, to trójkąt AOC jest prostokątny i odcinek AB zawiera jego wysokość opuszczoną z wierzchołka A . Z trójkąta prostokątnego ABO (D jest środkiem boku AB) mamy DO = 3  Trójkąty ADO i CDA są podobne, więc    Czyli , stąd DC= |  |

Zatem pole jest równe:



**Zad. 5**

W trójkącie ABC kąt przy wierzchołku C jest prosty. Trójkąt AMB jest równoboczny. Oblicz miary kątów ostrych trójkąta ABC, jeśli pole trójkąta AMB jest dwa razy większe od pola trójkąta ABC.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Rozwiązanie:

Przyjmując oznaczenia długości boków z rysunku, mamy









Ale , lub 

Stąd , lub 