**ROZWIĄZANIA I ODPOWIEDZI ZADAŃ**

 **„Ciągi liczbowe”**

**Ćwiczenie 1**



**Ćwiczenie 2**



**Ćwiczenie 3**

Ciąg an jest przemienny, ciąg bn jest rosnący.

**Ćwiczenie 4**

a) Utwórzmy ilorazy: , , , .

Kolejne ilorazy powinny więc wynosić: , …itd.

Niech x i y będą poszukiwanymi kolejnymi dwoma wyrazami ciągu.

Wówczas:

, stąd 

Podobnie jeśli y jest kolejną poszukiwaną liczbą w ciągu, to:

, stąd 

b) Zauważmy, że ułamki , , , , są tak utworzone, że liczniki są kolejnymi liczbami naturalnymi, zaś mianowniki kolejnymi liczbami nieparzystymi. Zatem liczniki następnych ułamków to 5 i 6, zaś liczniki to 11 i 13.

Poszukiwane ułamki to:  oraz .

**Ćwiczenie 5**

Kolejne sześć wyrazów tego ciągu to: 2, 4, 10, 28, 82, 244.

**Ćwiczenie 6**

Dla ciągu 5, 9, 17, 33, 65, 129 ciąg różnic wynosi: 4, 8, 16, 32, 64, który jak widać jest ciągiem geometrycznym o ilorazie 2 i wyrazie pierwszym 4.

Kolejnymi liczbami ciągu tych różnic będą liczby 128, 256, 512, …

Zatem następny wyraz po 129 jest równy 129 + 128 = 257, a kolejny to 513.

Można zauważyć, że ten ciąg przedstawia się ogólnym wzorem:



**Ćwiczenie 7**

Zgodnie z instruktażem w lekcji 4.Monotoniczność ciągu badamy znak różnicy:



Wyznaczona różnica jest ujemna począwszy od drugiego wyrazu, zatem ciąg od drugiego wyrazu jest malejący.

**Ćwiczenie 8**

Korzystając dwukrotnie ze wzoru na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego otrzymujemy układ równań:



Po odjęciu od drugiego równania pierwszego otrzymamy ,

co po podstawieniu do pierwszego równania daje wartość: = 2.

**Ćwiczenie 9**

Z zadania wynika, że c = a+8

Korzystając ze średniej arytmetycznej dla liczb a, b, a + 8 otrzymamy:

, skąd b = a + 4

Korzystając ze średniej geometrycznej liczb a, b − 1, a + 15 otrzymamy:



Podstawiając wyznaczone b = a + 4 otrzymamy równanie:



Z którego wyznaczone a jest równe 1.

Stąd b=5, c = 9

Ciągiem arytmetycznym był więc ciąg 1, 5, 9, zaś geometrycznym 1, 4, 16.

**Ćwiczenie 10**

Średnią arytmetyczną liczb 5, 10, 15 jest oczywiście 10.

Średnia geometryczna wynosi: .

Średnia harmoniczna to liczba:

