**Załącznik B**

**(materiały pomocnicze 2)**

**Dziel i zwyciężaj** (ang. *divide-and-conquer*)

Technika algorytmiczna dziel i zwyciężaj polega na podziale oryginalnego problemu na pewną liczbę podproblemów (zwykle różniących się od oryginalnego tylko mniejszą liczbą danych wejściowych), ich rozwiązaniu oraz połączeniu tych rozwiązań   
w celu określenia rozwiązania pierwotnego zadania. Ta metoda projektowania algorytmów jest podstawą wielu efektywnych algorytmów w informatyce.

**Przykład 1** (Żetony na szachownicy)

*Rozmieść 16 żetonów na szachownicy 8 x 8 w taki sposób, aby w każdej kolumnie,   
w każdym wierszu i na obu przekątnych nie było ich więcej niż dwa.*

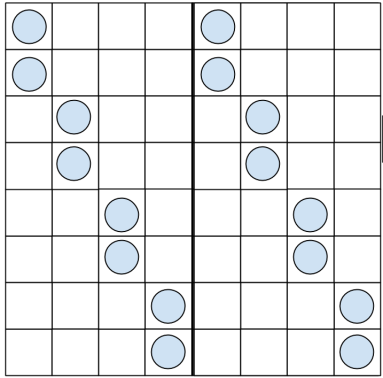
a) Rozwiąż zadanie, dzieląc zawarty w nim problem, w odpowiedni sposób na dwa podproblemy, które łatwiej rozwiązać.

***Rozwiązanie:***

Ponieważ liczba żetonów jest dwa razy większa od liczby kolumn i wierszy, więc liczba żetonów w każdej kolumnie i każdym wierszu musi być równa 2.

Powstaje pytanie: Czy można rozmieścić żetony w identyczny sposób   
w pierwszych czterech kolumnach i czterech następnych kolumnach?

Okazuje się, że dość łatwo znaleźć takie ustawienie, co pokazane jest na rysunku:



Projekt algorytmu to przykład zastosowania techniki typu „dziel i zwyciężaj”:   
problem został podzielony na dwa mniejsze, które dość łatwo rozwiązać.

b) Jak zmodyfikować rozwiązanie pierwotnego zadania, aby uzyskać rozwiązanie dla przypadku 18 żetonów na szachownicy 9 x 9?

**Zadanie 1** (Najcięższy i najlżejszy)

*Mamy 16 identycznie wyglądających odważników. Ilu ważeń na wadze szalkowej potrzeba w celu wykrycia najlżejszego i najcięższego odważnika, przy założeniu, że na szalki wagi można wkładać tylko po jednym odważniku?*

a) Zastosuj algorytm wykorzystujący m.in. technikę typu dziel i zwyciężaj.

b) Jak zmodyfikować rozwiązanie pierwotnego zadania, aby uzyskać rozwiązanie dla przypadku 17 odważników?

Do wykonania zadań wskazane jest użycie wagi szalkowej. Za odważniki mogą służyć pudełka zapałek.

**Przykład 2** (Tromino)

*Z szachownicy 8 x 8 usunięto jedno z pól (dowolne). Jak wypełnić pozostałe 63 jej pola sześciokątami L-tromino, które tworzą trzy kwadratów o rozmiarze pola szachownicy?*

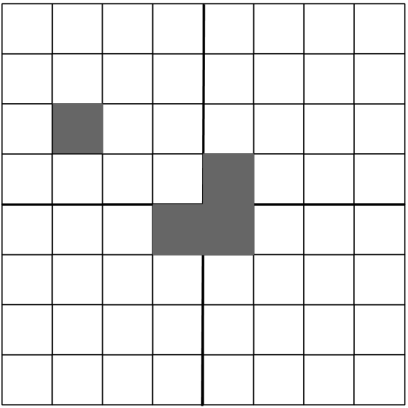
a) Zaproponuj rozwiązanie „siłowe”. Użyj wielokątów L-tromino z papieru. Ile ich trzeba?  
Stosujesz metodę prób i błędów? Można w prosty sposób zastosować tę metodę do szachownicy 16 x 16, 32 x 32 itd.?

b) Zadanie można rozwiązać, stosując uporządkowaną procedurę. Jak to zrobić?

***Rozwiązanie:***

Sposób postępowania (algorytm) dla szachownicy o liczbie pól 2*n* jest następujący:

* Podziel szachownicę na cztery szachownice o dwa razy mniejszej liczbie pól.
* Umieść jedno L-tromino na środku szachownicy tak, jak to jest ukazane na rysunku:



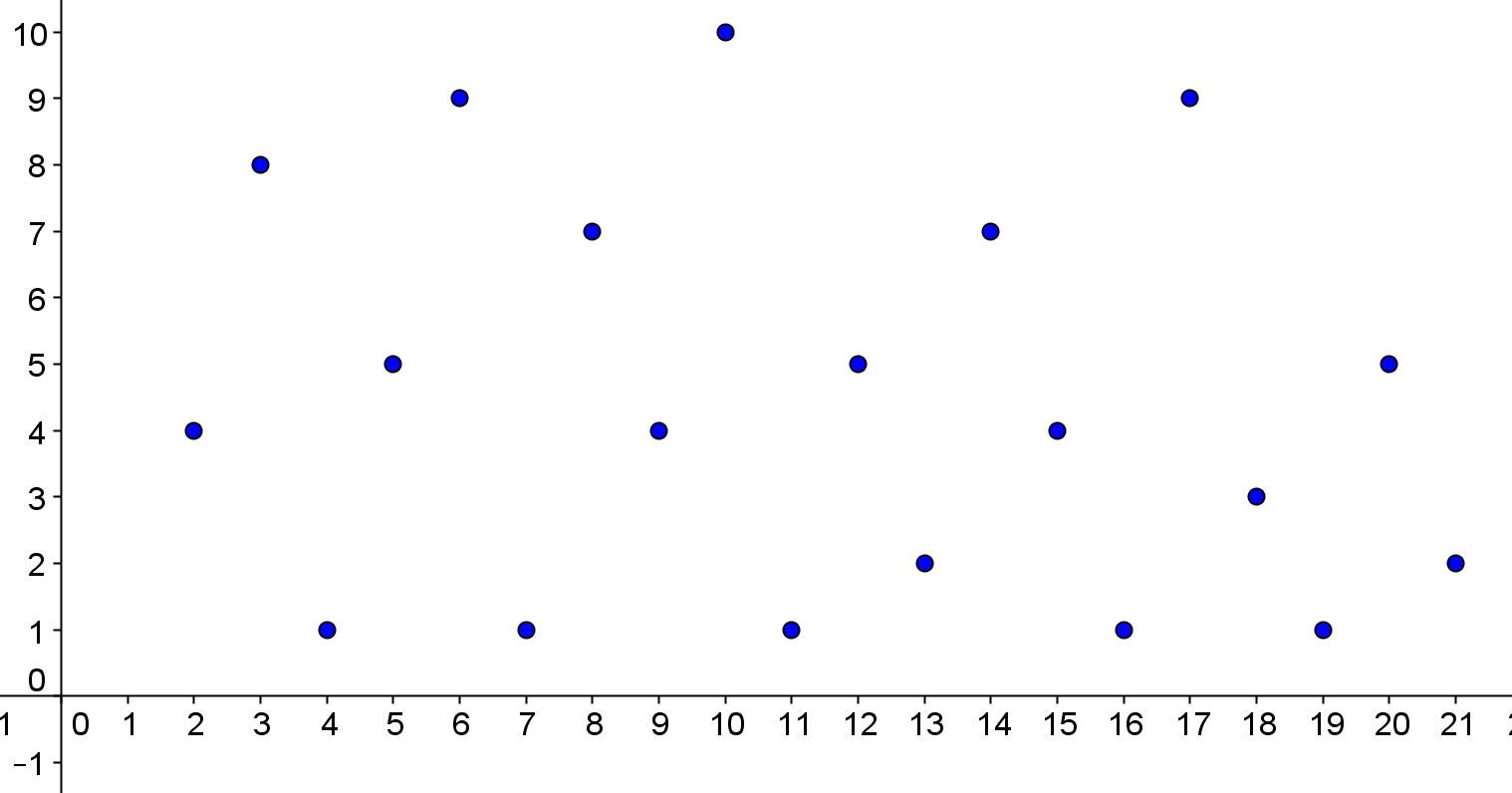
* Jeśli liczba pól mniejszych szachownic jest większa od czterech, to powtórz powyższe kroki dla każdej z nich.

Projekt algorytmu to przykład zastosowania techniki typu dziel i zwyciężaj.  
Zauważ, że zawiera cztery tzw. wywołania rekurencyjne (powtórz powyższe kroki).

c) Zastosuj algorytm dla pierwotnego zadania, usuwając pole w innym miejscu szachownicy.

**Zadanie 2** (Najbliższa para punktów)

*Narysowano pewną liczbę punktów (ich odcięte są różne). Znajdź parę najbliższych punktów.*

**

a) Zaproponuj rozwiązanie „siłowe”.

b) Zaproponuj algorytm wykorzystujący m.in. technikę typu „zmniejsz dwa razy i zwyciężaj”, rozwiązujący problem dla dowolnej liczby punktów.