

SCENARIUSZ LEKCJI

OPRACOWANY W RAMACH PROJEKTU:
INFORMATYKA – MÓJ SPOSÓB NA POZNANIE I OPISANIE ŚWIATA.
PROGRAM NAUCZANIA INFORMATYKI
Z ELEMENTAMI PRZEDMIOTÓW MATEMATYCZNO-PRZYRODNICZYCH

Autorzy scenariusza:

Magdalena Ozga, Anna Kowalska

TEMAT LEKCJI:

Rekurencja – algorytmy obliczania silni i ciągu Fibonacciego

Streszczenie

W podstawie programowej przedmiotu matematyka w liceum wśród treści nauczania - wymagań szczegółowych, w zakresie rozszerzonym, w dziale Ciągi uczeń powinien umieć wyznaczać kolejne wyrazy ciągów zadanych wzorem rekurencyjnym.

Wykorzystując możliwości programów komputerowych w zakresie rozszerzonym na lekcji informatyki wprowadzamy pojęcia rekurencji i iteracji, oraz wykorzystujemy to do napisania prostego programu w celu pokazania, że można stosować różnego rodzaju powtórzenia bez konieczności stosowania pętli.

Czas realizacji

2 x 45 minut

Podstawa programowa

Podstawa programowa z matematyki – IV etap edukacyjny oraz podstawa programowa z informatyki – IV etap edukacyjny

Cele kształcenia – wymagania ogólne:

V. Ciągi (matematyka) oraz rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera, z zastosowaniem podejścia algorytmicznego. (informatyka)

Treści nauczania – wymagania szczegółowe:

Matematyka:

Uczeń:

- Wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym; (p.r)

Informatyka:

Uczeń:

- stosuje podejście algorytmiczne do rozwiązywania problemu;
- stosuje rekurencję w prostych sytuacjach problemowych;
– iteracyjne i rekurencyjne obliczanie wartości liczb Fibonacciego,
- stosuje podstawowe konstrukcje programistyczne w wybranym języku programowania, instrukcje iteracyjne i warunkowe, rekurencję, funkcje i procedury, instrukcje wejścia i wyjścia, poprawnie tworzy strukturę programu;

Cel

Uczeń zdobywa umiejętności wyznaczania n-tego wyrazu ciągu podanego wzorem rekurencyjnym, dostrzega algorytmy w otoczeniu, potrafi opisywać i przedstawiać algorytmy za pomocą poznanych metod. Uczeń potrafi podać definicję rekurencji; wymienić przykłady algorytmów rekurencyjnych;

Słowa kluczowe

silnia, ciąg rekurencyjny, ciąg Fibonacciego

Co przygotować?

Aplet Ciąg Fibonacciego w GeoGebra

Program Silnia_rekurencja.cpp

Program Fibonacci_rekurencja.cpp

Przebieg zajęć:

1. Wprowadzenie (10 minut)

Nauczyciel podaje temat zajęć, następnie zapoznaje uczniów z podstawowymi pojęciami. Rekurencja (rekursja) – słowo to pochodzi z łacińskiego *RECURRERE*, (tzn. przybiec z powrotem). Pojęcie wykorzystywane w programowaniu, logice, matematyce polegające na odwoływaniu się np. definicji czy funkcji do samej siebie.

Zasadnicza część lekcji (75 minut-uwzględniono blok dwugodzinny)

Nauczyciel, podaje definicję silni, oraz pokazuje sposób powstawania wyrazów ciągu.

Silnię nazywamy funkcję $f: \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$ określoną wzorem $f(n) = n!$, gdzie $n!$ oznacza iloczyn kolejnych liczb naturalnych.

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 1 \cdot 2$$

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3$$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$$

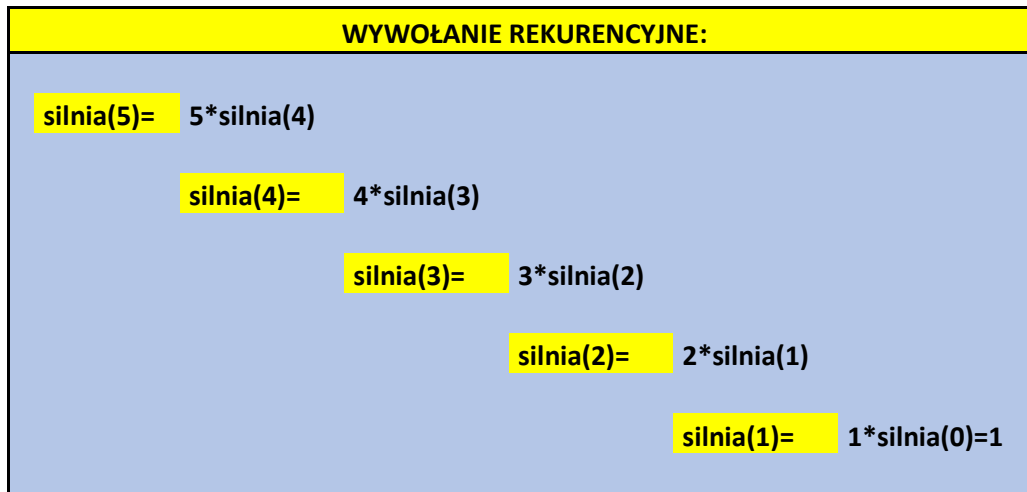
W iteracyjnej postaci definicja silni wygląda następująco:

$$n! = \begin{cases} 1 & \text{dla } n = 0 \\ 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n & \text{dla } n > 0 \end{cases}$$

A postaci rekurencyjnej wygląda :

$$\text{Silnia}(n) = \begin{cases} 1 & \text{dla } n = 0 \\ n \cdot \text{Silnia}(n - 1) & \text{dla } n \geq 1 \end{cases}$$

Obliczymy przykładowo 5!. Wiadomo, że z definicji $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$.
Wywołanie w postaci rekurencyjnej będzie wyglądać następująco:



Następnie przedstawiamy uczniom program (w C++) obliczający silnię rekurencyjnie. Mając do dyspozycji przykład , uczniowie jako ćwiczenie piszą program obliczający silnie iteracyjnie:

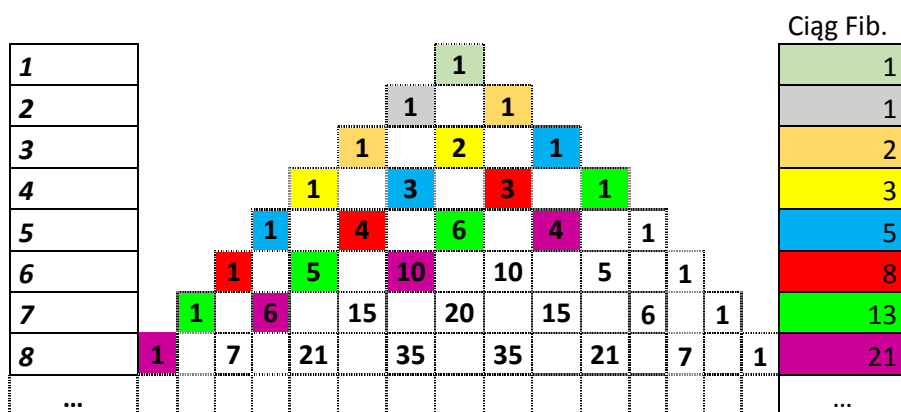
```
#include <iostream>
#include <windows.h>
using namespace std;
int n, i, silnia_it;
int main()
{
    cout<<"Podaj który wyraz ciagu chcesz policzyc : ";
    cin>>n;
    silnia_it=1;
    for(i=2 ;i<=n; i++) silnia_it=silnia_it*i;
    cout<<"Otrzymany wynik to:"<<endl;
    cout<<silnia_it;
    return 0;
    system("paused");
}
```

Kolejnym ciekawym spośród wszystkich ciągów liczbowych, które występują, jest szczególnie interesujący ciąg Fibonacciego. Nazwa ma związek z postacią pewnego matematyka Leonarda z Pizy, który pod nazwiskiem Fibonacci wydał w 1202 roku słynną księgę Liber Abaci. Ojciec Leonarda nosił przydomek Bonacci, stąd syn został Fibonaccim (*filius Bonacci* - syn dobrotliwego). Ciąg ten charakteryzuje się własnością, iż każdy kolejny wyraz (z wyjątkiem dwóch pierwszych) jest sumą dwóch poprzednich. Te liczby nazywamy liczbami Fibonacciego, które pojawiają się również w wielu sytuacjach życia codziennego. W tej części lekcji zadajemy uczniom pracę domową, polegającą na wyszukaniu własności ciągu Fibonacciego (złoty podział) w obecnym świecie.

Początkowe wartości omawianego ciągu to: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...

Ponieważ, każda liczba w ciągu jest sumą dwóch poprzednich (poza pierwszą i drugą), mamy kolejny przykład ciągu rekurencyjnego. Ciąg liczbowy Fibonacciego jest pierwszym ze znanych ciągów tego rodzaju.

Liczby Fibonacciego są np. sumami liczb z przekątnych w trójkącie Pascala.



Wzór rekurencyjny wygląda następująco:

$$F_0 = 0$$

$$F_1 = 1$$

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \quad \text{dla } n \geq 2.$$

Uczniowie na podstawie poprzedniego przykładu, piszą program obliczający wyrazy ciągu Fibonacciego z wykorzystaniem rekurencji (przykładowy program w załączeniu).

Sprawdzenie wiedzy

Test

Ocenianie

Nauczyciel może ocenić osiągnięcia uczniów na podstawie obserwacji ich pracy i zaangażowania na lekcji oraz na podstawie prac przygotowanych w ramach zadania domowego.

Dostępne pliki

1. Aplet z GeoGebry
2. Program obliczania n- tych wyrazów ciągu Fibonacciego oraz wyrazów silni rekurencyjnie
3. Test wiedzy

Materiały źródłowe

Podczas korzystania z rysowania wykresu uczniowie korzystali z podręcznika INFORMATYKA dla szkół ponadgimnazjalnych, Zakres rozszerzony. Grażyna Koba. Wydawnictwo MIGRA., Temat 5 . Iteracyjna realizacja wybranych algorytmów.