**Zadania – rozwiązania**

**Zadanie 1)**

Wyznacz pięć początkowych wyrazów ciągu określonego wzorem rekurencyjnym

$\left\{\begin{array}{c}a\_{1}=3\\a\_{n+1}=2a\_{n}-5n+1\end{array}\right.$.

Rozwiązanie.

a1=3,

a2=$2a\_{1}-5∙1+1=2∙3-5+1=2$

a3=$2a\_{2}-5∙2+1=2∙2-10+1=-5$

a4=$2a\_{3}-5∙3+1=2∙\left(-5\right)-15+1=-24$

a5=$2a\_{4}-5∙4+1=2∙\left(-24\right)-20+1=-67$

**Zadanie 2)**

 Ciąg (an) dla n∈N+  jest zdefiniowany rekurencyjnie $\left\{\begin{array}{c}a\_{1}=-3\\a\_{n+1}=2a\_{n}\end{array}\right.$.

1. Oblicz a3.
2. Wykaż, że dany ciąg jest ciągiem geometrycznym.
3. Wyznacz ogólny wyraz tego ciągu.
4. Oblicz sumę dwunastu początkowych wyrazów tego ciągu.

Rozwiązanie.

a)

a1= -3

a2=2a1=2$∙\left(-3\right)$= - 6

 a3=2a2=2$∙\left(-6\right)$= - 12

b)

$$\frac{a\_{n+1}}{a\_{n}}= \frac{2a\_{n}}{a\_{n}}=2=const$$

Ciąg (an) jest ciągiem geometrycznym o ilorazie 2.

c)

a1=-3, q=2

an=a1⋅qn-1

an= - 3⋅2n-1

an=$-\frac{3}{2}$⋅2n

Ciąg (an) określony jest wzorem an=$-\frac{3}{2}$⋅2n .

d)

S12=a12$\frac{1-q^{12}}{1-q}$,

S12= - 3 ⋅ $\frac{1-2^{12}}{1-2}$,

S12=3 ⋅ (1- 4096),

 S12= - 12285.

**Zadanie 3)**

Dany jest ciąg określony rekurencyjnie:

$\left\{\begin{array}{c}a\_{1}=2\\a\_{n+1}=2n+a\_{n}-1\end{array}\right.$ , gdzie n∈N+  .

1. Zbadaj monotoniczność ciągu.
2. Wyznacz wartość x tak aby ciąg (a3, x+7, x2) był ciągiem arytmetycznym.

Rozwiązanie.

a)

Z przekształcenia rekurencji otrzymujemy: an+1 – an = 2n – 1.

Ponieważ $\bigwedge\_{n\in N^{+} }^{}\left(2n-1\right)>0,$ więc ciąg (an) jest ciągiem rosnącym.

b)

Posługując się wzorem rekurencyjnym łatwo obliczyć

a1 = 2, a2 = 3, a3 = 6.

Zgodnie z treścią, zadania ciąg ( 6 , x+7 , x2 ) będzie ciągiem arytmetycznym jeśli zgodnie z własnością ciągu arytmetycznego jego wyrazy będą spełniały równanie:

$x+7= \frac{6+ x^{2}}{2}$ .

Stad:

2x + 14 = 6 + x2 ,

X2 – 2x - 8 = 0 ,

Δ= (- 2)2  - 4⋅ 1⋅ (- 8) = 36 , $\sqrt{∆ }$= 6

X1 = $\frac{2-6}{2}= -2$ , X2 = $\frac{2+6}{2}= 4$

Odp. x∈$\left\{-2,\left.4\right\}\right.$