**Zadania – rozwiązania**

**Zadanie 1)**

Wyznacz pięć początkowych wyrazów ciągu określonego wzorem rekurencyjnym

.

Rozwiązanie.

a1=3,

a2=

a3=

a4=

a5=

**Zadanie 2)**

Ciąg (an) dla n∈N+  jest zdefiniowany rekurencyjnie .

1. Oblicz a3.
2. Wykaż, że dany ciąg jest ciągiem geometrycznym.
3. Wyznacz ogólny wyraz tego ciągu.
4. Oblicz sumę dwunastu początkowych wyrazów tego ciągu.

Rozwiązanie.

a)

a1= -3

a2=2a1=2= - 6

a3=2a2=2= - 12

b)

Ciąg (an) jest ciągiem geometrycznym o ilorazie 2.

c)

a1=-3, q=2

an=a1⋅qn-1

an= - 3⋅2n-1

an=⋅2n

Ciąg (an) określony jest wzorem an=⋅2n .

d)

S12=a12,

S12= - 3 ⋅ ,

S12=3 ⋅ (1- 4096),

S12= - 12285.

**Zadanie 3)**

Dany jest ciąg określony rekurencyjnie:

, gdzie n∈N+  .

1. Zbadaj monotoniczność ciągu.
2. Wyznacz wartość x tak aby ciąg (a3, x+7, x2) był ciągiem arytmetycznym.

Rozwiązanie.

a)

Z przekształcenia rekurencji otrzymujemy: an+1 – an = 2n – 1.

Ponieważ więc ciąg (an) jest ciągiem rosnącym.

b)

Posługując się wzorem rekurencyjnym łatwo obliczyć

a1 = 2, a2 = 3, a3 = 6.

Zgodnie z treścią, zadania ciąg ( 6 , x+7 , x2 ) będzie ciągiem arytmetycznym jeśli zgodnie z własnością ciągu arytmetycznego jego wyrazy będą spełniały równanie:

.

Stad:

2x + 14 = 6 + x2 ,

X2 – 2x - 8 = 0 ,

Δ= (- 2)2  - 4⋅ 1⋅ (- 8) = 36 , = 6

X1 = , X2 =

Odp. x∈