



UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY



SCENARIUSZ TEMATYCZNY

OPRACOWANY W RAMACH PROJEKTU: INFORMATYKA – MÓJ SPOSÓB NA POZNANIE I OPISANIE ŚWIATA. PROGRAM NAUCZANIA INFORMATYKI Z ELEMENTAMI PRZEDMIOTÓW MATEMATYCZNO-PRZYRODNICZYCH

Autorzy scenariusza:

Iwona i Ireneusz Bujnowscy

TEMAT LEKCJI:

Wykresy funkcji homograficznej - rozwiązywanie przy pomocy

komputera (poziom podstawowy i rozszerzony)

Streszczenie

Szkicowanie funkcji i odczytywanie własności tej funkcji z wykresu jest podstawową umiejętnością sprawdzaną na egzaminie maturalnym z matematyki. Uczeń mając tylko na lekcjach matematyki zakres podstawowy i tak musi umieć naszkicować hiperbolę czyli wykres postaci $y=a/x a \neq 0 x \neq 0$ i powinien umieć ten wykres przekształcić o dowolną translację o dany wektor. A stąd już jeden krok do funkcji homograficznej.

Czas realizacji:

2 x 45 min

Podstawa programowa

4.13 PP MATEMATYKA –uczeń szkicuje wykres funkcji f(x)=a/x dla danego a , korzysta ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi

4.4 PR MATEMATYKA –uczeń szkicuje wykresy funkcji określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami; odczytuje własności tej funkcji z wykresu

6.1 INFORMATYKA- wykorzystywanie komputera oraz programów edukacyjnych do poszerzania wiedzy i umiejętności z różnych dziedzin. Uczeń:

1) wykorzystuje oprogramowanie dydaktyczne i technologie informacyjno komunikacyjne w pracy twórczej i przy rozwiązywania zadań i problemów szkolnych;

Cele kształcenia – wymagania ogólne:

IV Użycie i tworzenie strategii- Uczeń tworzy strategie rozwiązania problemu (matematyka) III. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem

komputera, z zastosowaniem podejścia algorytmicznego. (informatyka)







- umiejętność logicznego myślenia i argumentowania;
- rozwijanie nawyku krytycznej analizy informacji;
- umiejętność formułowania hipotez i ich uzasadniania;
- umiejętność planowania strategii rozwiązania problemu;

Cel

Szkicowanie wykresów y=a/(x-p)+q. Poznanie schematu szkicowania funkcji homograficznej czyli jak z wzoru y=(ax+b)/(cx+d) dojść do wzoru y = a'/(x-p)+q, (kiedy a=a'?). Tworzenie wykresów funkcji homograficznej przy pomocy arkusza kalkulacyjnego.

Słowa kluczowe

proporcjonalność odwrotna, hiperbola; funkcja homograficzna, dziedzina funkcji, zbiór wartości funkcji homograficznej, asymptoty funkcji, wykresy punktowe w arkuszu kalkulacyjnym

Co przygotować?

Prezentacja funkcja homograficzna.pptx; arkusz kalkulacyjny funkcja homograficzna.xls

Przebieg zajęć

Wprowadzenie:

```
Funkcję postaci y = a/x, gdzie a > 0 i x \in R_+, nazywamy proporcjonalnością odwrotną,
wielkości x i y nazywamy odwrotnie proporcjonalnymi,
liczba a to współczynnik proporcjonalności.
```

Przykładem proporcjonalności odwrotnej jest zależność **prędkości od czasu potrzebnej na przebycie określonej drogi np. 100km** czyli v=100/t (a=100; y-> prędkość; x-> czas y=a/x)

Inne przykłady proporcjonalności odwrotnej: (podawane przez uczniów) **czas i praca potrzebna na jej wykonanie** np.:

Potrzebujemy 6 roboczogodzin na sprzątnięcie całego mieszkania, czyli samodzielnie sprzątamy 6 godzin, z mamą będziemy sprzątać tylko 3 godziny (zakładając, że mama i tata sprząta z tą samą wydajnością, co my). Ile czasu będziemy sprzątać gdy od początku dołączy do nas tata?

Poniżej przedstawione są wykresy proporcjonalności odwrotnej:

y=100/x y=50/x y=20/x

do narysowania wykresu w arkuszu kalkulacyjnym użyto wykresu punktowego z wygładzonymi liniami.







	1 2	ar) ≂	fun	kcja homogra	ficzna.xlsx -	Microsoft Ex	cel użytek nie	komercyjny	Na	rzędzia wykres	sów		- 0	×
	Narzędzia	główne W	/stawianie	Układ strony	Formuly	Dane	Recenzja	Widok De	eweloper P	rojektowanie	Układ	Formatowan	ie 🕜 –	⊐ x
h		7			Testate								dh	
Zmień ty	/p Zapisz jał	ko Przeł	łącz Zazn	acz	····				1	-		T i F	Przenieś	
wykres	u szablon	wiersz/k	olumne dar	ie 🗠 👘	Likia du und				Chulan	and search a			wykres	
	Nukroo 2		Dane	•	Układy wył	kresu			Style	wykresu		L	JKalizacja	×
-	vvykres z		J,	*	-	-	-							*
	A	B	C	D	E	F	G	Н		J	K	L	M	-
1 X	0.2	=100/X y	250/X	y=20/X 100										
3	0.25	400	200	80	6									
4	0.5	200	100	40		60								
5	0,8	125	62,5	25										
6	1	100	50	20		50								
7	2	50	25	10										
8	5	20	10	4		40					10			_
9	10	10	5	2							<u> </u>	y=100/x		
10	20	5	2,5	1		30						v=50/x		
12	50	2	1	0,4								v=20/x		
13						20								
14						10								_
15						10								
16						0					_			
17						0	10	20 30	40	50	60			
18												4		
19			1											
H 4 F	Prop.	odwrotna	Arkusz2 🖌	Arkusz3								0		
Gotowy	1						Sredni	ia: 62,25375	Licznik: 44 S	uma: 2490,15		100% 😑 —		-+ .;

Chcemy teraz narysować wykres funkcji f(x)=a/x gdzie $a\neq 0$ $x\in R-\{0\}$,

Wykres funkcji y = a/x, gdzie $a \neq 0$, oraz każdą krzywą powstałą z tego wykresu przez przesunięcie równoległe będziemy nazywać **hiperbolą.**

Własności funkcji f(x) = 1/x:

- dziedzina: x extsf{R}-{0}, zbiór wartości: y extsf{R}-{0},
- dla x < 0 funkcja f przyjmuje wartości ujemne (f(x) < 0), natomiast dla x > 0 funkcja przyjmuje wartości dodatnie (f(x) > 0),
- funkcja *f* nie ma miejsc zerowych,
- funkcja *f* jest malejąca w przedziałach: (-∞; 0) i (0;+∞). (przypomnienie uczniom dlaczego nie możemy użyć znaku sumy ∪ miedzy przedziałami)

Ćwiczenie 1 dla uczniów:

Narysować wykresy funkcji w arkuszu kalkulacyjnym $f(x)=a/x dla a=0,5; a=1;a=2; a=4; a=-1; x \in <-10,10>$

Aby narysować kilka funkcji y =a/x np.: y=0,5/x; y=1/x; y=2/x; y=4/x; y=-1/x ;

• W wierszu pierwszym wpisujemy nagłówki kolumn np.:

		·· · ·			·· · · · ·
Х	y=0,5/x	y=1/X	y=2/x	y=4/x	y=-1/x

• W kolumnie A (od komórki A2) wpisujemy *x (x∈<-10;10>* nierównomiernie rozłożone przy zerze "zagęszczone")np.:

-10 -5 -2 -1 -0,8 -0,5 -0,25 -0,2 -0,1 0 0,1 0,2 0,25 0,5 0,8 2 5 10 (zakończymy wpisywanie w komórce A20)







• Następnie odpowiednio od komórki B2 do F2 wpisujemy wzory;

0 5/40	1/40	0/40	4/40	1/40
=0,5/A2	=1/A2	=2/A2	=4/A2	=-1/A2

• Biorąc w blok pięć powyższych komórek kopiujemy w dół do wiersza 20 włącznie. Powinniśmy przy 0 otrzymać cały wiersz z błędem: #DZIEL/0! (należy wykasować te komórki – pozostawiając je puste). W ten sposób wyznaczamy dziedzinę, *x=0* w kolumnie A nie kasujemy!).

- Następnie zaznaczamy cały blok z nagłówkami od A1 do F20, i z zakładki wstawianie wybieramy wykres punktowy z wygładzonymi liniami.
- Pozostało jeszcze sformatować oś pionową wartości, po zaznaczeniu jej na wykresie, prawym przyciskiem myszy wybieramy z menu kontekstowego formatuj oś... i ustawiamy opcje osi - nie Automatycznie tylko zakres Stała (minimum -5; maksimum 5, jednostka główna 1)np.:

Formatowanie osi		Concernance - Second	? ×
Opcje osi Liczby Wypełnienie Kolor linii Styl linii Cień Format 3-W Wyrównanie	Opcje osi Minimum: Aut Maksimum: Aut Jednostka główna: Aut Jednostka pomocnicza: Aut Wartości w kolejności odwrot Skala logarytmiczna Podsta Jednostki wyświetlania: Brak Pokaż jednostki wyświetlania:	omatycznie	-5,0 5,0 1,0 0,2
	Typ głównego znacznika osi: Typ pomogniczego znacznika osi: Etykiety osi: Przecięcie z osią poziomą: automatycznie <u>W</u> artość osi: 0,0 Wartość maksymalna osi	Zewnętrzny 👻 Brak 💌 Obok osi 💌	
	Wartosc maksymaina osi		Zamknij

Przykładowe rozwiązanie poniżej.





UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY



	1 2	× ar ₹		_		funkcja hom	ograficzna.xl	sx - Microsoft	Excel użytek	niekomercyjn	/			_	-	x
	Narzędzia	główne	Wstawianie	Układ strony	Form	ly Dane	Recenzja	a Widok	Dewelop	er					🥑 –	□ X
-	X Creis	nka takatu z	11 - 4		 		i taket	Orálna	Q				¦a wstaw ▼	Σ • Α	â	
		nka tekstu *	II A A				JIEKSL	Ogoine	-				🚰 Usuń 👻	J- ZI	uru	
Wklej	🥑 🖪	<u> </u>	🔄 • 🛛 🔕 • 🗛			Scal i v	vyśrodkuj 👻	ഈ ~ % 0	00, 00, 00, 00	Formatowanie warunkowe *	Formatuj jako tabele s	Style v komórki v	Format -	Sortuj ∠_* filtruj	i Znajdźi zaznacz z	
Schowek	E Da	Czcion	ka	Fa .	Wyróv	vnanie	Fa	Liczba	a 64		Style		Komórki	Edy	cja	
	O21	•	(• fx													¥
	А	В	С	D	E	F	G	Н	1	J	K	L	М	Ν	0	
1 x	У	=0,5/x	y=1/x y	=2/x y=4	4/x	y=-1/x										
2	-10	-0,05	-0,1	-0,2	-0,4	0,1				5			<u></u>			
3	-5	-0,1	-0,2	-0,4	-0,8	0,2										
4	-2	-0,25	-0,5	-1	-2	0,5				4						
5	-1	-0,5	-1	-2	-4	1										
6	-0,8	-0,625	-1,25	-2,5	-5	1,25				3						
7	-0,5	-1	-2	-4	-8	2				2	+++					
8	-0,25	-2	-4	-8	-16	4								y=0,5	5/x	
9	-0,2	-2,5	-5	-10	-20	5				1	\mathcal{H}			v=1/		
10	-0,1	-5	-10	-20	-40	10								, -/		
11	0							0 0 0 7	6 5 4		1 2 2	4 5 6	7 8 9 10	—y=2/	×	
12	0,1	5	10	20	40	-10		0-9-0/			100	4 5 0	/ 8 9 10	y=4/	x	
13	0,2	2,5	5	10	20	-5					1			y=-1,	/x	
14	0,25	2	4	8	16	-4				2	l —				-	
15	0,5	1	2	4	8	-2										
10	0,8	0,625	1,25	2,5	5	-1,25				13						_
10	1	0,5	1	2	4	-1				4						
18	2	0,25	0,5	0.4	2	-0,5									-	
19	10	0,1	0,2	0,4	0,8	-0,2				5					1	
20	10	0,05	0,1	0,2	0,4	-0,1			-				-			-
22																
		odwrotna	funkcia	rkusz3 🔶						11						
Gotowy	Scroll Lo	:k	rankoju <u>/</u> P										■□□ 10	0%	Ū	· (+) .:
															~	

Dyskusja-wnioski:

- Jak sobie radzić z dziedziną funkcji;
- W których ćwiartkach układu współrzędnych jest wykres funkcji y=a/x gdy a>0; a w których gdy a<0;
- Jak zmieniają się własności funkcji w zależności od *a*.

Intuicyjnie: Asymptota wykresu funkcji to prosta, do której coraz bardziej zbliża się dana krzywa, gdy się wzdłuż niej przemieszczamy.

W naszym przypadku dla wykresu funkcji y=1/x asymptota pionowa to x=0 (oś OY) oraz asymptota pozioma y=0 (oś OX);

Z wiadomości z klasy I dotyczących translacji o wektor wykresów funkcji wiemy że:

Wykres funkcji y = f(x-p), gdzie p > 0, otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji y = f(x) o p jednostek w prawo, czyli o wektor [p, 0].

Wykres funkcji y = f(x+p), gdzie p > 0, otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji y = f(x) o p jednostek w lewo, czyli o wektor [-p, 0].

Wykres funkcji y = f(x)+q, otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji y = f(x) o q jednostek w górę jeżeli q > 0 (lub q jednostek w dół jeżeli q < 0), czyli o wektor [0, q].

Podsumowując: Wykres funkcji y = f(x - p) + q otrzymujemy przez przesunięcie wykresu funkcji y = f(x) o wektor [p, q].







Ćwiczenie 2 dla uczniów:

narysować wykresy funkcji w arkuszu kalkulacyjnym f(x)=a/(x-p) + q dla=2; p=4; q=-1; $x \in <-8$;8>

Tym razem *a, p, q* wpiszemy oddzielnie w wierszu 1 (np. :D1;E1;F1nadajac nazwy *aa;pp;qq*) odwołując się w kolumnie B (po adresach bezwzględnych komórek lub po nazwach)



Uwaga:

Jeżeli nie wyrzucimy ręcznie z dziedziny wartości funkcji dla *x=pp* wtedy wykres jest błędny. Można uczniów poprosić, aby napisali formułę wzór obliczeń wartości funkcji tylko dla x należących do dziedziny.

Niestety arkusz MS Excel przeskakuje nad tym błędem i łączy poprzednią wartość funkcji z następną wartością, nawet jeżeli wprowadzimy warunek, aby obliczenia wartości funkcji były utworzone, gdy mianownik jest różny od zera czyli =JEŻELI(x-pp=0;"";aa/(x-pp)+qq) i tak połączy poprzednie wartości funkcji.

Wykres błędny poniżej







6		× (°ar) =		funkcja homo	graficzna.xl	sx - Microsoft	Excel użytek i	niekomercyjn	у		-	x
Wk Scho	Narzę	dzia główne G izcionka tek: • B I U • V () • A Czcionka	Wstawianie V 11 ~ A^ A' 5 Wyr	Układ stron	y Form Ogólne	Uhy Dane A For 0000 For Sty	Recenzja C matowanie w matuj jako ta e komórki ~ Style	Widok Ovarunkowe * belę *	Dewelope Q Wstaw → Usuń → Format → Komórki	Σ · A · Z · Sort · C · filtru E	I P P P P P P P P P P P P P P P P P P P	I «
4	A	D 7 _1 18182	U I	D scyntota nior		Г 4	0	п		J	N	-
5	-6	5 -1 19048		asyptota pioi	IUwa	4						
6	-0,	6 -1,10040										-
7	-5.	5 -1.21053		_		v=aa	(x-pp)	+qq				
8	_	5 -1,22222						3 0.0222				
9	-4,	5 -1,23529										
10		4 -1,25				3	۸					
11	-3,	5 -1,26667				2						
12	-	3 -1,28571				1						
13	-2,	5 -1,30769				1 0 1 1						
14	-	2 -1,33333		-9 -8 -7 -6	5 -5 -4 -3	-2 -1 0 1 2	3456	5789	—y=aa/(x	pp)+qq		
15	-1,	5 -1,36364				-2						
16	-	1 -1,4				-3	\mathbf{M}					
1/	-0,	5 -1,44444				-4						
10	0	U -1,0				-5	_ <u>v</u>					
20	υ,	1 -1 66667		-		-6						
21	1	5 -1.8										
22	•,	2 -2										
23	2.	5 -2,33333										
24		3 -3										
25	3,	55										
26	٩	4 #DZIEL/0!										
27	4,	5 3										
28		5 1										
29	5,	5 0,333333	(funkcia)	iunkein (2)	6 hames	- Como / 45-						× 1
Gote	pr	op. odwrótna		типксја (2) 🖉	r. nomogr	ariczna 🔬 🖏				00%		
Goto	wy 📖	1									V	

Funkcję postaci f(x) = (ax+b)/(cx+d), gdzie $c \neq 0$, określoną dla $x \in R - \{-d/c\}$ jeżeli nie jest ona funkcją stałą, nazywamy funkcją homograficzną.

Pytania dla uczniów:

- Kiedy funkcja f(x) = (ax+b)/(cx+d), będzie stała (a=b=0)?
- Jak z postaci f(x) = (ax+b)/(cx+d), gdzie c ≠ 0 utworzyć postać kanoniczną f(x)=aa/(x-pp)+qq ?

Przykład łatwy: $y=(x+1)/(x-3) \rightarrow y=((x-3)+4)/(x-3) \rightarrow y=1+4/(x-3)$ aa=4; pp=3; qq=1; czyli wykres funkcji y=4/x przesuwamy o wektor [3;1] asymptota pionowa x=3; asymptota pozioma y=1;

(Funkcję homograficzną można przedstawić w postaci kanonicznej, wykonując dzielenie, np.: (x+1):(x-3)=1 reszta 4)

Przykład: $y=(2x+1)/(x+4) \rightarrow y=(2(x+4)-7)/(x+4) \rightarrow y=2+(-7)/(x+4)$ aa=-7; pp=-4; qq=2;







czyli wykres funkcji y=-7/x przesuwamy o wektor [-4;2] asymptota pionowa x=-4; asymptota pozioma y=2;

Trudniejszy przykład: $y=(10x-3)/(2x-1) \rightarrow y=(10x-3)/(2(x-0,5)) \rightarrow y=(10(x-0,5)+2)/(2(x-0,5))) \rightarrow y=5+2/(2(x-0,5)) \rightarrow y=5+1/(x-0,5)$ czyli wykres funkcji y=1/x przesuwamy o wektor [0,5;5] asymptota pionowa x=0,5; asymptota pozioma y=5;

Praca w zespołach – maksymalnie dwu-osobowych przy każdym komputerze

(15-20 minut)

Ćwiczenie3:	
Wyznaczyć aa; pp; q	q - wykorzystując powyższy schemat w następujących funkcjach; oraz
narysować te funkcje	e w zeszycie:
y=(-2x-7)/(x+3)	aa=-1; pp=-3; qq=-2
y=(3x-2)/(x-1)	aa=1;pp=1; qq=3
y=(-2x-3)/(2x+1)	aa=-1; pp=-0,5; qq=-1
y=(3x+8)/(3x+6)	aa=2/3; pp=-2; qq=1
Następnie narysowa	ć w arkuszu kalkulacyjnym w/w funkcje -wprowadzając wartości funkcji
y=(ax+b)/(cx+d)	
(a;b;c;d- dane współ	czynniki do których będziemy odwoływać się bezwzględnie)
Następnie sprawdzić	, czy asymptoty pokrywają się w wyliczonymi wcześniej wartościami.

Etap 1: Tworzenie arkusza z wykresami funkcji homograficznej:

Zakres x∈ <-5;5> co 0,25;

Parametry a,b,c,d odpowiednio w komórkach E1;F1;G1;H1 do których powinniśmy odwołać się bezwzględnie z \$.

	funkcja homo	graficzna.xlsx - Microsof	t Excel u	żytek nie	ekomerc	yjny					x
Narzędzia główne G S Autosumowanie → Miedawno używane Wstaw funkcję Pinansowe → Biblioteka	Vstawianie Układ strony V Logiczne * C * * A Tekstowe * 6 * P Data i godzina * 6 * trunkcji	Formuly Dane M Definiuj M Definiuj M Użyj w for Menedzer nazw W Utwórz z Nazwy zdefinio	Rec nazwę * ormule * zaznaczo wane	enia	Wido O spekcja ormuł *	ok D Obliczal	Dewelope Q È	r Suma wa Rozwiąz	runkowa	@ –	a x
B2 -	(* <i>f</i> * =(\$E\$1*A2	2+\$F\$1)/(\$G\$1*A2+	\$H\$1)								¥
A	В		С	D	Е	F	G	Н		I	-
1 <u>x</u>	y=(ax+b)/(cx+d)				3	4	1	2			
2 -5	=(<mark>\$E\$1*</mark> A2+\$F\$1)/(<mark>\$</mark> G\$1	1*A2+\$H\$1)			а	b	С	d			
3 -4,75											
4 -4,5											
5 -4,25											
6 -4											-
I I I Prop. odwrotna	/ funkcja / funkcja (2) 1	f. homograficzna 🦯]/					L.			
Gotowy 🛅								100% 🧲) ()	÷.,;

"Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego"







Etap 2: Wyliczenie argumentu który wypada z dziedziny (pole żółte);

	funkcja homograficzna.	xlsx - Micros	oft Excel uż	ytek niekomercyjn	у	
Narzędzia główne	Wstawianie Układ strony Formuły	Dane	Recenzja	Widok D	eweloper	@ _ = X
Czcionka tekstu		zbowe -	Forma	atowanie warunko	we * 🗄 🕶 Wstaw *	Σ · Α
		~ % 000	📆 Forma	atuj jako tabelę 👻	🚰 Usuń 🔻	Sortui i Zpaidži
		00, 00 , 00	📑 Style I	komórki 🔻	Format 👻	Q [™] filtruj [™] zaznacz [™]
Schowek 🖻 Czcio	nka 🕞 Wyrównanie 🗟	Liczba 🕞		Style	Komórki	Edycja
B14 -	f (\$E\$1*A14+\$F\$1)/(\$	G\$1*A14+\$	SH\$1)			*
A	В	C D	E	F G	HI	J
1 x	y=(ax+b)/(cx+d)		3	4 1	2 <mark>=-</mark>	H1/G1
2 -5	=(\$E\$1*A2+\$F\$1)/(\$G\$1*A2+\$H\$1)		а	b c	d do	dziedziny nie należy:
3 -4,75	=(\$E\$1*A3+\$F\$1)/(\$G\$1*A3+\$H\$1)					
4 -4,5	=(\$E\$1*A4+\$F\$1)/(\$G\$1*A4+\$H\$1)					=
5 -4,25	=(\$E\$1*A5+\$F\$1)/(\$G\$1*A5+\$H\$1)					
6 -4	=(\$E\$1*A6+\$F\$1)/(\$G\$1*A6+\$H\$1)					
7 -3,75	=(\$E\$1*A7+\$F\$1)/(\$G\$1*A7+\$H\$1)					
8 -3,5	=(\$E\$1*A8+\$F\$1)/(\$G\$1*A8+\$H\$1)					
9 -3,25	=(\$E\$1*A9+\$F\$1)/(\$G\$1*A9+\$H\$1)					
10 -3	=(\$E\$1*A10+\$F\$1)/(\$G\$1*A10+\$H\$					
11 -2.75	=(\$E\$1*A11+\$F\$1)/(\$G\$1*A11+\$H\$					
12 -2.5	=(\$E\$1*A12+\$F\$1)/(\$G\$1*A12+\$H\$					
13 -2.25	=(\$E\$1*A13+\$F\$1)/(\$G\$1*A13+\$H\$		1			
14 -2	=(\$E\$1*A14+\$F\$1)/(\$G\$1*A14+\$H\$					
15 -1.75	=(\$E\$1*A15+\$F\$1)/(\$G\$1*A15+\$H\$					
16 -1.5	=(\$E\$1*A16+\$F\$1)/(\$G\$1*A16+\$H\$					
17 -1.25	=(\$E\$1*A17+\$F\$1)/(\$G\$1*A17+\$H\$					
18 -1	=(\$E\$1*A18+\$F\$1)/(\$G\$1*A18+\$H\$					
I	funkcia funkcia (2) f. homografic	zna 🖄	*			
Gotowy						.00% 🕒 🛛 🕂
			_			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

W tym wypadku dla wyliczonego argumentu wypadającego z dziedziny x=-2 usuwamy ręcznie wartość funkcji sygnalizowana błędem (czyli #DZIEL/0!)





UNIA EUROPEJSKA EUROPEJSKI FUNDUSZ SPOŁECZNY



	1 2 Narzędzia G K Czc B	v funkcja h głóv Wstawianie Uki v V V tionka tek: v 11 v I I A A	ad l	ograt	ficzn Iy F E	orm M	ix - N uty	Dan A Lic	e zbo	ft Excel użytek ni Recenzja Wido O we % 000	ekome k Deweloper Q B⁺= Wstaw B* Usuń ~	• • • • • Σ • Δ • Σ • Δ	3 7 å
Scho	owek 🗟	Czcionka	₹	∕vróv	Nnan	nie	5	*,1 ,0	liczl	ba	Komórki	▼ 2 ▼ Edvcia	
	B14	- (9		fx	=(\$	SE\$	1*A	14+	\$F	\$1)/(\$G\$1*A1	4+\$H\$1)		×
	А	В	С	D	E	F	G	Η	Ι	J	K	L	F
1	x	y=(ax+b)/(cx+d)			3	4	1	2		-2			
2	-5	3,667			а	b	С	d		do dziedziny	nie należy:		
3	-4,75	3,727											
4	-4,5	3,800											
5	-4,25	3,889											_ =
6	-4	4,000											
7	-3,75	4,143											
8	-3,5	4,333											
9	-3,25	4,600											
10	-3	5,000											_
11	-2,75	5,667											
12	-2,5	7,000											-
13	-2,25	11,000 #DZIEL (01											_
14	4.75	#DZIEL/U!	-										_
10	-1,/5	-5,000											-
17	-1,0	-1,000											-
18	-1,20	1,000											-
19	-0.75	1,000											
20	-0.5	1,400											
	b bl pror	odwrotna funkc	ia -	fi	nkci	a (2)		fh	on	4	1111		
Got	owy 🛅			Tu	incji	a (2				100%	6 (O)	Ţ (ŧ) .::

Może się jednak zdarzyć ze w kolumnie z x nie ma tego argumentu który nie należy do dziedziny np. dla danych poniżej.









(🕞 🗢 🗧 funkcja h	om	ogra	ficzn	a.xls	5x - N	Micro	osof	ft Excel użytek ni	ekom		x
	Narzedzia	głó Wstawianie Ukł	ad s	tron	y F	ormi M	ły	Dan	e F	Recenzja Widok	Dewelope	r 🞯 – 🗖	X
	🗎 🔏 Czo	cionka tek: 👻 11 🔹	1	=	-	Ē	1	Og	góln			$\Sigma - \frac{A}{Z} -$	
	Vklei B	I <u>U</u> ·ÁÁ	=	≣		•	- 1	9	-	% 000 Style	Komórki	. - #4 -	
	I I I I I I I I I I I I I I I I I I I	• <u>•</u> • <u>A</u> •	*	*		**		÷,0	0,0 ,4	00 ,0	*	2-	
Sc	howek 🗟	Czcionka 🕞	W	/yróv	wnar	nie	5		Liczl	ba 😡		Edycja	
	J1	• (0		f _x	=-}	11/0	G1						×
	A	В	С	D	E	F	G	Η	Ι	J	K	L	
1	x	y=(ax+b)/(cx+d)			3	4	3	2		-0,6666667			
2	-5	0,846			а	b	С	d		do dziedziny	nie należy	<i>I</i> :	
	-4,/5	0,837											_
5	-4,5	0,820						1					
6	-4	0.800						-					_
7	-3,75	0,784											
8	-3,5	0,765											
9	-3,25	0,742											
10) -3	0,714											
11	-2,75	0,680					_						_
12	-2,5	0,636											_
13	-2,25	0,579					-			-		_	
14	-2	0,500											-
10	-1,70	0,385											
17	-1.25	-0 143											
18	3 -1	-1.000											-
19	-0,75	-7,000											
20	-0,5	5,000											
21	-0,25	2,600											
22	2 0	2,000											
2:	0.25	1 727	in	/ fr.	nkci	1/2		fh		4	101		
G	ntowy		Jd _	Tu	nkcj	a (2		1. 11					
				_	_	_	_	_			9	v (2

Powinniśmy wtedy wstawić pomiędzy -0,75 a -0,5 argument -0,66 z warnością pustą dla y









F		2	🕞 🗧 funkcja h	om	ogra	ficzn	a.xls	5x - N	Micro	osot	ft Excel użyte		x
	Narzeo	Izia	Wstawian Układ str	o F	orm	ųły	Dan	e F	Recer	ızja	Widok Dewe	lope 🕜 🗕	■ X
F	م	Czo	tionka tek: • 11 •	=				i.	0	6		Σ - Δ7-	
		B	IU A A		=		-		E			💽 - AA-	
W	klej 🔻 🍼		- <u>A</u> - <u>A</u> -	4	>	1			Lic	zba	Style Komór	ki 🖉 🗸	
Sch	owek 🖻		Czcionka 🕞	W	/yróv	wnar	nie	5				Edycja	
	A2	0	- (0		f _x	-0,6	66						×
	Α		В	С	D	E	F	G	Η	Ι	J	К	-
1	x	1	y=(ax+b)/(cx+d)			3	4	3	2		-0,6666667		
2		-5	0,846			а	b	С	d		do dziedziny	nie należy:	
3	-4,	75	0,837										
4	-4	1,5	0,826										_
5	-4,	25	0,814										
6		-4	0,800										
7	-3,	75	0,784						_	_			_
8	-3	3,5	0,765						2				- 11
9	-3,	25	0,742										_
11	2	-3 75	0,714										
12	-2,	15	0,080										
12	-2	25	0,030					-	1	-			
14	-2,	-2	0,500										
15	-1	75	0,385								1		
16	-1	1.5	0,200										
17	-1.	25	-0,143										
18		-1	-1,000									1	
19	-0,	75	-7,000										
20	-0,	<u>66</u>											
21	-0),5	5,000										
22	-0	25	2,600		15	-	12						
		prop	odwrotna 🖉 funkc	ja 🖌	тu	nkcja	a (2				100%		
Got	owy									Ш	100% 🕒	V	÷

Przykład funkcji homograficznej w arkuszu kalkulacyjnym y=(3x+4)/(3x+2)









P 1 2 3 Funkcja homograficzna.xlsx - Microsoft Excel użytek niekomercyjny Narzędzia wykresów															x	
	Narzęc	zia główne Wstawianie	Układ	stro	ny Fo	rmuły	D	ane R	ecenzja	Widok D	eweloper P	rojektowanie	Układ	Formatowan	ie 🕜 –	σx
Calibri (Tekst pt * 10 * A A)																
				31			+a+	-	- %	000 10 Fo	rmatuj jako tak	oelę *	🚰 Usuń 🝷	I - Zu	L Zasidái	
		B I U -	A - A			100	-	*,0 ,00	,00 ⇒,0	🖳 Sty	le komórki 🔻		Format 🔻	2 filtruj	 znajúží zaznacz * 	
Sch	owek 🖻	Czcionka		6	Wyró	wnanie	e	G [iczba	5	Style		Komórki	Edy	cja	
Wykres 1 ▼ (* <i>f</i> _x																*
	А	В	CD	E	FO	G H	Т			K	L	М	N	0	Р	-
1	х	y=(ax+b)/(cx+d)		3	4	3 2		-0,66	66667	·						
2		5 0,846		а	a b c d do dziedziny nie należy:											
3	-4,7	5 0,837														
4	-4	5 0,826		-							00			- i		
5	-4,2	5 0,814							1	/=(ax+b)/(cx+d)				
6		4 0,800														
	-3,1	5 0,784		1	S.				6,0							
8	-3	5 0,765							1							
9	-3,4	0,742		1					4,0							_
10	27	5 0,714														
12	-2,1	5 0,000		-					2,0							
12	-21	5 0,000			-		-	_								
14	-2,2	2 0,500		5	2				0,0	-		_				
15	-17	5 0.385		-6	5	-4		-2		0 2	4	6		/(cx+d)		
16	-1	5 0.200		1	0				-2,0							
17	-1.2	5 -0.143		1												
18		1 -1,000		-					-4,0							
19	-0,7	5 -7,000														
20	-0,6	6		-					-6,0							
21	-0	5 5,000							1							
22	-0,2	5 2,600							-8,0			12				
23		0 2,000		-												
24	0,2	5 1,727														
25	0	5 1,571														
26	0,7	5 1.471	10 / 5.	nleri	- (2)	6.6		o avafi	-	¢7 /						× 1
Cot		op. odwrotna 🔬 Tunko	.ja "_ TU	TIKC)	a (2)	T. N	omo	ograficz					mam	100%		- ·
001	owy 🛄			_			_							100%		····

Wnioski:

-pewnym utrudnieniem jest wyrzucanie wartości gdy mamy dzielenie przez 0;
- za każdym razem przy zmianie wartości parametrów: a;b;c;d musimy uważać na dziedzinę.

Panel ekspertów (5 minut)

Jakie były problemy przy tworzeniu arkusza?

Dyskusja podsumowująca (5-10 minut)

Wnioski: Każdą funkcję wymierną można narysować w arkuszu, pamiętając o ręcznym wyrzuceniu wartości dla mianownika = 0.

Ocenianie

Ocena wykonanych arkuszy w MS Excel.

Dostępne pliki

Funkcja homograficzna.pptx, arkusze w pliku funkcja homograficzna.xlsx, ćwiczenie-f.homograficzna.doc.

"Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego"