SCENARIUSZ LEKCJI

OPRACOWANY W RAMACH PROJEKTU: INFORMATYKA – MÓJ SPOSÓB NA POZNANIE I OPISANIE ŚWIATA. PROGRAM NAUCZANIA INFORMATYKI Z ELEMENTAMI PRZEDMIOTÓW MATEMATYCZNO-PRZYRODNICZYCH

Autorzy scenariusza: Iwona i Ireneusz Bujnowscy

TEMAT: Wykresy funkcji od 2-zmiennych w arkuszu kalkulacyjnym

(poziom podstawowy z informatyki)

(poziom rozszerzony z matematyki)

LEKCJA NR 1,2

TEMAT: Wykresy funkcji od 2-zmiennych w arkuszu kalkulacyjnym

Streszczenie

Rysowanie wykresów funkcji od jednej zmiennej towarzyszy uczniom od gimnazjum. Najpierw – wykresy funkcji liniowej, w szkole ponadgimnazjalnej wykresy funkcji kwadratowej, wielomianowej, wymiernej, trygonometrycznej itd. Wyzwaniem jest narysowanie funkcji od dwóch zmiennych w zeszycie- praktycznie niemożliwe dla przeciętnego ucznia. Natomiast jest to dość proste do narysowania w arkuszu kalkulacyjnym.

Czas 2x45min

Podstawa programowa

4.4 PR MATEMATYKA –szkicuje wykresy funkcji określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami;

8.5 PR MATEMATYKA –posługuje się równaniem okręgu (x-a)²+(y-b)²=r²

6.1 INFORMATYKA- wykorzystywanie komputera oraz programów edukacyjnych do poszerzania wiedzy i umiejętności z różnych dziedzin. Uczeń:

1) wykorzystuje oprogramowanie dydaktyczne i technologie informacyjno komunikacyjne w pracy twórczej i przy rozwiązywania zadań i problemów szkolnych;

Cele kształcenia – wymagania ogólne:

IV Użycie i tworzenie strategii- Uczeń tworzy strategie rozwiązania problemu (matematyka)

III. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem

komputera, z zastosowaniem podejścia algorytmicznego. (informatyka)

- umiejętność logicznego myślenia i argumentowania;
- rozwijanie nawyku krytycznej analizy informacji;
- umiejętność formułowania hipotez i ich uzasadniania;
- umiejętność planowania strategii rozwiązania problemu;







Cel

Celem tych dwóch jednostek lekcyjnych jest pokazanie tworzenia wykresu funkcji od 2 zmiennych na prostym przykładzie, a następnie jak przygotować arkusz aby narysować wykresy powierzchniowe w aplikacji EXCEL rozwiążemy to zadanie- tym razem przy pomocy komputera.

Słowa kluczowe

Wykres powierzchniowy, adresowanie mieszane, dziedzina, równanie okręgu, funkcja podłoga, entier; funkcja exponent, stała Eulera;

Co przygotować?

Prezentacja wykresy_funkcji_od_2-zmiennych.pptx; arkusz wykresy_funkcji_od_2-zmiennych.xls zadania_ wykresy_funkcji_od_2-zmiennych.doc

Przebieg zajęć

Wprowadzenie:

Definicja : Funkcją dwóch zmiennych określoną na zbiorze A $\subset R^2$ o wartościach w zbiorze R nazywamy przyporządkowanie każdemu punktowi ze zbioru A dokładnie jednej liczby rzeczywistej.

Piszemy z = f(x, y). Wartość funkcji f w punkcie (x, y) oznaczamy f(x, y). Np. f(x,y)= x^2+y^2

Przykład 1: Do narysowania w układzie współrzędnych jest funkcja $z = x^2 + y^2$

Aby tą funkcję narysować powinniśmy mieć układ współrzędnych w przestrzeni i trzy osie: OX; OY; OZ Zaczniemy jednak rysowanie w układzie współrzędnych na płaszczyźnie.

Potraktujmy z jako parametr (w naszym przypadku z=1)czyli narysujmy zbiór punktów spełniających równanie:

 $x^2+y^2=1$ przekształcając to równanie otrzymamy $y^2=1-x^2$

czyli do narysowania są wykresy dwóch funkcji (suma mnogościowa wartości tych dwóch funkcji) $y=\sqrt{1-x^2}$ lub $y = -\sqrt{1-x^2}$

dziedzina: x∈<-1,1>









Łuk krzywej $y = \sqrt{1 - x^2}$ narysowany na czerwono; natomiast wykres krzywej $y = -\sqrt{1 - x^2}$ narysowany na czarno. Razem otrzymaliśmy okrąg o środku (0,0) i promieniu 1.

Możemy sprawdzić jak Excel poradzi sobie z narysowaniem okręgu $x^2+y^2=1$

Zakres danych x pierwsza kolumna od -1 do 1 wypełniona serią co 0,01 Druga kolumna pierwsza funkcja y1=pierwiastek(1-x*x) (kopiowana formuła z adresowaniem względnym)

Trzecia kolumna druga funkcja y2=-pierwiastek(1-x*x) kopiowana formuła z adresowaniem względnym)

		wykresy_funkcji_od_2_zmiennych.xlsx	- Microsoft Excel użytek niekomercyjny	
	Narzędzia główne	Wstawianie Układ strony Formuły	Dane Reçenzja Widok Dewe	loper 🕜 🗕 🗖 🗙
-	K Czcionka tek: * 11		$\Delta_{A} = Wstaw = \Sigma = A$	
	B I U - A	. ▲	0 🎽 🁬 Usuń 🗸 🍵 🗸 🎵	0
Wklej	3 III - 3 - A		Style Sortuj i Znaj	idź i
Schowek	Czcionka	Wyrównanie 🕞 Liczba	Komórki Edycja	0.2
	B2 •	f _∗ =PIERWIASTEK(1-A2	***	*
	A	В	С	D
1 x	N N	/1=pierwiastek(1-x*x)	y2=-pierwiastek(1-x*x)	
2 -1)	=PIERWIASTEK(1-A2*A2)	=-PIERWIASTEK(1-A2*A2)	=
3 -0,9	99 =	=PIERWIASTEK(1-A3*A3)	=-PIERWIASTEK(1-A3*A3)	
4 -0,9	98 =	=PIERWIASTEK(1-A4*A4)	=-PIERWIASTEK(1-A4*A4)	
5 -0,9	97 =	=PIERWIASTEK(1-A5*A5)	=-PIERWIASTEK(1-A5*A5)	
6 -0,9	96 =	=PIERWIASTEK(1-A6*A6)	=-PIERWIASTEK(1-A6*A6)	
7 -0,9	95 =	=PIERWIASTEK(1-A7*A7)	=-PIERWIASTEK(1-A7*A7)	
8 -0,9)4 =	=PIERWIASTEK(1-A8*A8)	=-PIERWIASTEK(1-A8*A8)	
9 -0,9	93 =	=PIERWIASTEK(1-A9*A9)	=-PIERWIASTEK(1-A9*A9)	
10 -0,9	92 =	=PIERWIASTEK(1-A10*A10)	=-PIERWIASTEK(1-A10*A10)	
11 -0,9	91 =	=PIERWIASTEK(1-A11*A11)	=-PIERWIASTEK(1-A11*A11)	
12 -0,9) =	=PIERWIASTEK(1-A12*A12)	=-PIERWIASTEK(1-A12*A12)	
13 -0,8	39 =	=PIERWIASTEK(1-A13*A13)	=-PIERWIASTEK(1-A13*A13)	
14 -0,8	38 =	=PIERWIASTEK(1-A14*A14)	=-PIERWIASTEK(1-A14*A14)	
15 -0,8	37 =	=PIERWIASTEK(1-A15*A15)	=-PIERWIASTEK(1-A15*A15)	
16 -0,8	36 =	=PIERWIASTEK(1-A16*A16)	=-PIERWIASTEK(1-A16*A16)	
17 -0,8	35 =	=PIERWIASTEK(1-A17*A17)	=-PIERWIASTEK(1-A17*A17)	
18 -0,8	34 =	=PIERWIASTEK(1-A18*A18)	=-PIERWIASTEK(1-A18*A18)	
19 -0,8	33 =	=PIERWIASTEK(1-A19*A19)	=-PIERWIASTEK(1-A19*A19)	
20 -0,8	32 =	=PIERWIASTEK(1-A20*A20)	=-PIERWIASTEK(1-A20*A20)	
21 -0,8	31 =	=PIERWIASTEK(1-A21*A21)	=-PIERWIASTEK(1-A21*A21)	
22 -0,8	3 =	=PIERWIASTEK(1-A22*A22)	=-PIERWIASTEK(1-A22*A22)	
23 -0,7		=PIERWIASTEK(1-A23*A23)	=-PIERWIASTEK(1-A23*A23)	
24 -0,7	/8 =	=PIERWIASTEK(1-A24*A24)	=-PIERWIASTEK(1-A24*A24)	
25 -0,7		=PIERWIASTEK(1-A25*A25)	=-PIERWIASTEK(1-A25*A25)	
	okrag z=xx+yy	🖉 Arkusz1 (2) 🖉 Arkusz1 (3) 🦯 🖏		
Gotowy			100%	· 😑 🚽 🕂 🚽

Po zaznaczeniu danych w naszym przypadku od A1 do C202 wybieramy z zakładki Wstawianie → wykres punktowy z wygładzonymi liniami i otrzymujemy "po sklejeniu" okrąg (w przypadku wykresu punktowego automatycznie sieria1 czyli kolumna x jest umieszczona na osi OX)







Ca) 🔚 🤊 - (? -	🗸 🦁 🗸 🗸	sy_funkcji_od_2_zmiennych.x	lsx - Micro	soft Excel użyt	tek niekomercy	rjny	Narzędzia w	rykresów			
l Co	Narzędzia głó	ówne Wstawianie	Układ strony Formuły	Dane	Recenzja	Widok	Deweloper	Projektowa	anie Ukł	ad Forma	atowanie 🧕) _ = X
T prze	abela Tabela stawna * Tabele	Obraz Obiekt Kształły clipart – Ilustracje	SmartArt	X 🕗	Słupkowy W Wykresy	Varstwowy Punl	towy Inne wykresy	+ Hiperłączo Łącza	Pole t	tekstowe ówek i stopka IArt ~ Tel	🧟 Wiersz po 🖗 Obiekt Ω Symbol kst	dpisu 🔻
	Wykres 2	▼ (* f _x										*
	A	В	С	D	E	F	G	Н	I.	J	K	L
1	x [y1=	pierwiastek(1-x*x) y	2=-pierwiastek(1-x*x)									
2	-1	0	0									=
3	-0,99	0,14106736	-0,14106736									
4	-0,98	0,198997487	-0,198997487		(ir						-	P
5	-0,97	0,243104916	-0,243104916				1,5					
6	-0,96	0,28	-0,28									
1	-0,95	0,3122499	-0,3122499						12			
8	-0,94	0,341174442	-0,341174442									
9	-0,93	0,367559519	-0,367559519				0,5					
10	-0,92	0,391918359	-0,391918359					1				
12	-0,91	0,414008249	-0,414008249				-0			y1=pierwia	astek(1-x*x)	
12	-0,9	0,455060525	-0,433669694		-1,5	0,	5 0 0	0,5	1,5	-y2=-pierwi	astek(1-x*x)	·
14	-0,89	0,400900020	-0,400900020				0.5					
15	-0,00	0.493051721	-0,474575005				-0,5					
16	-0,86	0,510294033	-0,400001721									
17	-0.85	0.526782688	-0 526782688		_		1					
18	-0.84	0.542586399	-0.542586399									
19	-0,83	0,557763391	-0,557763391		<u> </u>		-1,5					
20	-0,82	0,572363521	-0,572363521		(1)							0
21	-0,81	0,586429876	-0,586429876									
22	-0,8	0,6	-0,6									
23	-0,79	0,613106842	-0,613106842									
24	-0,78	0,625779514	-0,625779514									
25	-0,77	0,638043886	-0,638043886									-
14 4	▶ ► okrag	z=xx+yy / Arkusz1 (2)) 🖉 Arkusz1 (3) 🏑 💱 🦯									► I
Goto	wy 🛅									100% (9	



Kolejne okręgi narysowane powyżej to: $x^2+y^2=4$ (okrąg o środku (0,0) i promieniu 2) $x^2+y^2=9$ (okrąg o środku (0,0) i promieniu 3) $x^2+y^2=25$ (okrąg o środku (0,0) i promieniu 5) wzór kanoniczny równania okręg u o środku (0,0) i promieniu r to $x^2+y^2=r^2$







Teraz to samo spróbujemy narysować w układzie współrzędnych w przestrzenni (dodając jeszcze kilka okręgów)

Parametr z we wzorze $x^2+y^2=z$ (okręgi w kartezjańskim układzie współrzędnych na płaszczyźnie jest teraz wartością f(x,y) na osi OZ)

(próbując odwzorować przestrzeń trójwymiarową na płaszczyźnie 2-wymiarowej nie unikniemy zniekształceń np. okręgi są elipsami)



Rysunek poglądowy powyżej.

Powinniśmy otrzymać "czaszę" sfery

Teraz ten sam problem rozwiążemy w arkuszu kalkulacyjnym: czyli do narysowania funkcja f(x,y)=x*x+y*y

W kolumnie A zaznaczymy x zakres od -5 do 5 wypełnione serią co 0,02 (od komórki A2 do komórki A52)

W wierszu 1 zaznaczamy y również zakres od -5 do 5 wypełnione serią co 0,02 (od komórki B1 do komórki AZ1)

W komórce B2 wpisujemy formułę =\$A2*\$A2+B\$1*B\$1 koniecznie z adresowaniem mieszanym (zapis \$A2 oznacza – weź zawsze wartość z kolumny A a z wiersza w którym jesteś

z kolei B\$1 – oznacza weź zawsze wartość z wiersza 1 a kolumny w której jesteś)

następnie kopiujemy tą formułę do aż do wiersza 52, zaznaczony blok kopiujemy dalej aż do kolumny AZ.

Zaznaczając cały obszar czyli od A1 d0 AZ52 wybieramy z zakładki Wstawianie \rightarrow inne wykresy \rightarrow wykres powierzchniowy 3W

Otrzymany arkusz wygląda następująco:







6							wy	kresy_fu	nkcji_od	l_2_zmie	ennych.x	lsx - Mio	rosoft E	xcel uży	tek nieko	omercyjn	iy						
	Nar	zędzia g	łówne	Wsta	wianie	Ukła	distrony	For	muły	Dane	Rec	enzja	Wide	k D	ewelope	er						0	– 🖷 X
1	X	Creion	ka taketi	- 11	v (A*)			- 20-1			امم		-0				-		a •■ Wsta	w •	Σ • Α	7 6	n
		CZCIOII	Ka LEKSU		A	A					gome	<u> </u>			5		<u> </u>		🚰 Usuń	i -	J - Z		
Wk	ej 🍼	BI	<u>n</u> .	-	🖉 - 🗗		E			-	9 - %	000	00,00 >,0	Formato	wanie owe≁ ja	Formatu ko tabel	j Stj ę∗komo	yle órki 🕋 📗	Form	iat + 💡	Sor filtr	tuji Zna uj∗zazi	ajdži nacz *
Scho	wek 🖻		Czc	ionka		- Fa	Wy	równani	e	- Fa	Licz	ba	Fa			Style			Komór	rki	E	idycja	
	E	32		- (fs.	=\$A	2*\$A2+	+B\$1*E	3\$1														×
	Α	В	С	D	E	F	G	Н	1	J	K	L	М	Ν	0	Р	Q	R	S	Т	U	V	W
1		-5	-4,8	-4,6	-4,4	-4,2	-4	-3,8	-3,6	-3,4	-3,2	-3	-2,8	-2,6	-2,4	-2,2	-2	-1,8	-1,6	-1,4	-1,2	-1	-0,8
2	-5	50	48	46,2	44,4	42,6	41	39,4	38	36,6	35,2	34	32,8	31,8	30,8	29,8	29	28,2	27,6	27	26,4	26	25,6
3	-4,8	48	46,1	44,2	42,4	40,7	39	37,5	36	34,6	33,3	32	30,9	29,8	28,8	27,9	27	26,3	25,6	25	24,5	24	23,7
4	-4,6	46,2	44,2	42,3	40,5	38,8	31,2	35,6	34,1	32,7	31,4	30,2	29	27,9	26,9	26	25,2	24,4	23,7	23,1	22,6	22,2	21,8
6	-4,4	44,4	42,4	40,5	30,7	25.2	22.6	22.1	20.6	20,9	29,0	26,4	21,2	20,1	20,1	24,2	23,4	22,0	21,9	10.6	20,0	10.6	10.2
7	-4,2	42,0	39	37.2	35.4	33.6	33,0	30.4	29	27.6	21,5	20,0	20,0	24,4	23,4	22,5	21,0	20,9	20,2	19,0	19,1	10,0	16.6
8	-3.8	39.4	37.5	35.6	33.8	32.1	30.4	28.9	27.4	26				1								15.4	15.1
9	-3.6	38	36	34.1	32.3	30.6	29	27.4	25.9	24.5								-				14	13.6
10	0 -3,4 36,6 34,6 32,7 30,9 29,2 27,6 26 24,5 23,1 12,6 12,2 14,2 14,2 14,2 14,2 14,2 14,2 14,2																						
11	-3,2 35,2 33,3 31,4 29,6 27,9 26,2 24,7 23,2 21,8 50																						
12	-3,2 33,3 31,4 29,0 27,9 20,2 24,7 23,2 21,0 -3 34 32 30,2 28,4 26,6 25 23,4 22 20,6 40-50 -40-50 -40-50 -40-50 -10 9,64																						
13	-2,8	32,8	30,9	29	27,2	25,5	23,8	22,3	20,8	19,4		40	X					1-			30-40	8,84	8,48
14	-2,6	31,8	29,8	27,9	26,1	24,4	22,8	21,2	19,7	18,3		30	\sim								20-30	7,76	7,4
15	-2,4	30,8	28,8	26,9	25,1	23,4	21,8	20,2	18,7	17,3		20					-				10-20	6,76	6,4
16	-2,2	29,8	27,9	26	24,2	22,5	20,8	19,3	17,8	16,4		10	/					1	8		0-10	5,84	5,48
1/	-2	29	21	25,2	23,4	21,6	20	18,4	1/	15,6		0 -	Titra				1	0.2	0			5	4,64
10	-1,6	20,2	20,3	24,4	22,0	20,9	19,2	17	15.5	14,8		ĥ	0 0 0		TTTTT	23	-2,4	1				4,24	3,88
20	-1,0	27,0	25,0	23,1	21,3	19.6	18	16.4	14.9	13.5				-0,2	- N	THINK .	-5					2.96	2.6
21	-12	26.4	24.5	22.6	20.8	19.1	17.4	15.9	14.4	13						θ,θ						2 44	2.08
22	-1	26	24	22,2	20,4	18,6	17	15,4	14	12,6	11,2	10	8,84	1,16	6,76	5,84	5	4,24	3,56	2,96	2,44	2	1,64
23	-0,8	25,6	23,7	21,8	20	18,3	16,6	15,1	13,6	12,2	10,9	9,64	8,48	7,4	6,4	5,48	4,64	3,88	3,2	2,6	2,08	1,64	1,28
24	-0,6	25,4	23,4	21,5	19,7	18	16,4	14,8	13,3	11,9	10,6	9,36	8,2	7,12	6,12	5,2	4,36	3,6	2,92	2,32	1,8	1,36	1
25	-0,4	25,2	23,2	21,3	19,5	17,8	16,2	14,6	13,1	11,7	10,4	9,16	8	6,92	5,92	5	4,16	3,4	2,72	2,12	1,6	1,16	0,8 🗸
14 4	► H (okrag 🗼	z=xx+	yy Z=	=sin(xy)	(xy) 📈	Arkusz	1 (3) 📈	2					I.	4	1	1				0		
Goto	wy 🎦											_						1		100%	0		.,;

Wykres wygląda następująco:



Z kolei wykres powierzchniowy konturowy do powyższych danych wygląda jak na rysunku poniżej: (przypomina wykres powierzchniowy oglądany z góry)









Ćwiczenie 1 dla uczniów:

Narysować wykres funkcji: $f(x,y)=exp(-x^*x)+exp(-y^*y)$ dla $x \in <-3;3> y \in <-3,3> co 0,05$ Gdzie funkcja exp(x) możemy znaleźć \rightarrow wstaw funkcję w kategorii matematyczne Oznacza ona funkcję wykładniczą e^x , gdzie podstawą potęgi jest liczbą niewymierną $e\approx 2,7182$ (e –podstawa logarytmów naturalnych - zwana jest też liczbą Eulera lub liczbą Nepera)

Wstawianie funkcji		Acres 1	? ×
Wy <u>s</u> zukaj funkcję:			
Wpisz krótki opis tego, przycisk Przejdź	co chcesz zrobić, a na	astępnie kliknij	Przejdź
Lub wybierz <u>k</u> ategorię:	Matematyczne	•	
Wybierz funkcję:			
COS COSH			<u>^</u>
FACTDOUBLE GCD ILOCZYN KOMBINACJE			•
EXP(liczba) Oblicza wartość liczby e	podniesionej do potę	gi określonej przez p	odaną liczbę.
Pomoc dotycząca tej funk	<u>icji</u>	ОК	Anuluj

Przykładowe rozwiązanie:

"Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego"







6		° ∎") ₹			wykresy_funk	cji_od_2_zmie	nnych.xlsx - N	Aicrosoft Exe	cel użytek nieko	omercyjny				
	Narzędzi	a główne	Wstawianie	Układ stro	ny Formi	uły Dane	Recenzja	Widok	Dewelope	r			(🥘 🗕 🗖 🗙
1		u ie niko teketu z	V 11 - A*				nélna.	0			-	Wstaw *	Σ • Α	â
		ionka tekstu *	II · A	A — =			goine				- * -	Usuń 👻 🛛	J- Zľ	uru
Wkl	ej 🥑 🖪	IU	🗄 📲 🔕 📲 🛓	<u>↓</u> = =		• • •	- % 000	*,0 ,00 Fr	ormatowanie varunkowe * ja	Formatuj ko tabele * ko	Style	Format -	Sortujii 2 * filtrui * z	Znajdź i aznacz *
Schov	wek 🗟	Czcior	nka	5	Wyrównanie	G.	Liczba	6		Style		Komórki	Edycja	
	B2	-	(• 1	=EXP(-\$	6A2*\$A2)+E	XP(-B\$1*B	\$1)							¥
	A	В	С	D	E	F	G	Н	1	J	К	L	М	N
1		-3	-2,95	-2,9	-2,85	-2,8	-2,75	-2,7	7 -2,65	-2,6	-2,55	-2,5	-2,45	-2,4
2	-3	0,000247	0,00029	0,000346	0,00042	0,000517	0,000643	0,000806	6 0,001015	0,001283	0,001623	0,002054	0,002596	0,003275
3	-2,95	0,00029	0,000332	0,000389	0,000463	0,00056	0,000686	0,000848	8 0,001058	0,001325	0,001666	0,002097	0,002639	0,003317 =
4	-2,9	0,000346	0,000389	0,000445	0,000519	0,000616	0,000742	0,000905	5 0,001114	0,001382	0,001722	0,002153	0,002695	0,003374
5	-2,85	0,00042	0,000463	0,000519	0,0	0.00000	0.000040	0.000070	0.004400	0.004.450	0.004700	0,002227	0,002769	0,003448
6	-2,8	0,000517	0,00056	0,000616	0,	_				and the second sec		0,002324	0,002866	0,003545
7	-2,75	0,000643	0,000686	0,000742	0,0 2	-						0,00245	0,002992	0,003671
8	-2,7	0,000806	0,000848	0,000905	0,0	1 /						0,002613	0,003155	0,003833
9	-2,65	0,001015	0,001058	0,001114	0,0	1	-					0,002822	0,003364	0,004043
10	-2,6	0,001283	0,001325	0,001382	0,0	1					1.5-2	0,00309	0,003632	0,00431
11	-2,55	0,001623	0,001666	0,001/22	0,0						=115	0,00343	0,003972	0,004651
12	-2,5	0,002054	0,002097	0,002153	0,0						= 1-1,5	0,003861	0,004403	0,005082
13	-2,45	0,002596	0,002639	0,002695	0,0						0,5-1	0,004403	0,004945	0,005624
14	-2,4	0,003275	0,003317	0,003374	0,0 0,:	· /				1,65	0-0,5	0,005082	0,005624	0,006302
15	-2,35	0,004119	0,004162	0,004218	0,0					0,1		0,005926	0,006468	0,00/14/
16	-2,3	0,005165	0,005208	0,005264	0,0	ο υ σ τ			/	1,45		0,006972	0,007514	0,008193
1/	-2,25	0,006453	0,006496	0,006552	0,0	-2,5	-1,75	θ Ω μ	-3			0,00826	0,008802	0,009481
18	-2,2	0,00803	0,008073	0,00813	0,0		9 0	1,00	1,9 2,4 85			0,009838	0,01038	0,011058
19	-2,15	0,009952	0,009994	0,010051	0,0				2			0,011759	0,012301	0,012979
20	-2,1	0,012279	0,012321	0,012378	0,012102	0,012040	0,012013	0,012030	0.0150-1	0.010014	0,010000	0,014086	0,0174028	0,015306
21	-2,05	0,015082	0,015124	0,0105181	0,010205	0,015352	0,015478	0,01000	+ 0,01585	0,010117	0,010458	0,010889	0,017431	0,018108
22	-2	0,018439	0,018482	0,018538	0,018012	0,018709	0,018835	0,018998	0,019207	0,0194/5	0,019815	0,020246	0.024707	0,021407
23	-1,95	0,022438	0,022481	0,022038	0,022012	0,022709	0,022834	0,022997	1 0,023207	0,023474	0,023815	0,024245	0,024/8/	0,025460
24	-1,9	0,027175	0,027218	0,027274	0,027349	0,027440	0,027571	0,021734	+ 0,027943	0,020211	0,026052	0,020982	0,029524	0,030203
20	-1,00	7=774	0,032797	0,032003	0,032920	0,033024	0,03315	0,035513	0,035522	0,03379	0,03413	0,034501	0,035103	0,033782
Goto		2-XX+yy	1 cvb1 / /	-ircuszi (3) /								100%	<u> </u>	A
													<u> </u>	

Ćwiczenie 2 dla uczniów:

Praca w zespołach – maksymalnie dwu-osobowych przy każdym komputerze (15-20 minut)

Narysować wykres funkcji:

a) $f(x,y)=\exp(-x^*x-y^*y)$ dla $x \in <-3; 3> y \in <-3, 3> co 0, 05$

przykładowe rozwiązanie:





b) $f(x,y)=exp(-x^*x-y^*y)+0.5^*exp(-(y+3)^*(y+3)-x^*x)$ dla $x \in <-3; 3> y \in <-4, 3> co 0, 05$ przykładowe rozwiązanie:

	1 2	(<mark>`</mark> ∎*) ≎	-	wykr	esy_funkcji_oc	I_2_zmiennych.xlsx	- Microsoft	Excel użytek nie	komercyjny	-			- 🗆 🗙	
	Narzędzi	główne Wst	awianie U	kład strony	Formuly	Dane Recen	zja Wid	ok Dewelo	per				🔞 – 🗖 X	
B	X Czci	onka tekstu 🔻 11	· A A		×-	P Ogólne					¦se Wstaw ≠ ∰ Usuń ≠	Σ	A	
Wklej	🧹 B	I <u>U</u> •	<u>⊘</u> - <u>A</u> -			🛛 📲 - % 00	0, 00, 00	Formatowanie warunkowe *	Formatuj jako tabele *	Style komórki *	Format -	Sortuj i	Znajdź i zaznacz *	
Schow	ek 🖻	Czcionka	5	Wyró	wnanie	5 Liczba	5		Style		Komórki	Edyc	a	
	B2	- (0	<i>f</i> _x =	EXP(-\$A2*	\$A2-B\$1*B	\$1)+0,5*EXP(-(B\$1+3)*(B	\$1+3)-\$A2*\$	6A2)				×	
	A	В	С	D	E	F	G	Н	1	J	K	L	M	
1		-3	-2,95	-2,9	-2,85	-2,8	-2,75	-2,7	-2,65	-2,6	-2,55	-2,5	-2,45	
2	-3	6,17201E-05	6,16E-05	6,11E-05	6,04E-05	5,9334E-05	5,8E-05	5,65E-05	5,47E-05	5,27E-05	5,06E-05	4,83E-05	4,59E-05	
3	-2,95	8,31054E-05	8,29E-05	8,23E-05	8,13E-05	7,98925E-05	7,81E-05	7,6E-05	7,37E-05	7,1E-05	6,81E-05	6,5E-05	6,18E-05	
4	-2,9	0,000111342	0,000111	0,00011	0,000109	0,000107038	0,000105	0,000102	9,87E-05	9,51E-05	9,12E-05	8,71E-05	8,28E-05	
5	-2,85	0,00014843	0,000148	0,000147	0,000145	0,000142691	0,00014	0,000136	0,000132	0,000127	0,000122	0,000116	0,00011	
6	-2,8	0,000196883	0,000196	0,00000	0.000400	0.000400070	0.000400	0.00040	0.000474	0 000168	0,000161	0,000154	0,000146	
7	-2,75	0,000259851	0,000259	0,0	/					222	0,000213	0,000203	0,000193	
8	-2,7	0,000341248	0,00034	0,0		/				292	0,00028	0,000267	0,000254	
9	-2,65	0,000445907	0,000445	0,0	1					381	0,000365	0,000349	0,000332	
10 -2,6 0,000579758 0,000578 0,0 1 11 -2,55 0,000579758 0,000748 0,0 -1 11 -2,55 0,000750028 0,000748 0,0 -1														
11 -2,55 0,00075002 0,00074 0,00 11 -2,55 0,00075002 0,00074 0,0 0,8 0,8 0,00054 0,000587 0														
11 -2,55 0,000750028 0,000748 0,0 0,8 12 -2,5 0,000965465 0,000963 0,0 0,8 =0,8-1 641 0,000615 0,000587 0,0005 825 0,000791 0,000755 0,0007														
13	-2,45	0,001236587	0,001234	0,0 0,6						0,6-0,8 056	0,001013	0,000968	0,00092	
14	-2,4	0,001575945	0,001572	0,0 0,4					C	0,4-0,6 346	0,001291	0,001233	0,001172	
15	-2,35	0,001998416	0,001994	0,0					cc =0	0,2-0,4 707	0,001638	0,001564	0,001486	
16	-2,3	0,002521502	0,002515	0,0				01	.00	154	0,002066	0,001973	0,001875	
17	-2,25	0,003165639	0,003158	0,0 0				-1 45		704	0,002594	0,002477	0,002354	
18	-2,2	0,003954503	0,003945	0,0	-1,9 .35	0,8 0,8 4		-3		378	0,003241	0,003094	0,002941	
19	-2,15	0,00491531	0,004903	0,0	1 . 4	, 0, 0, 8, 0, 1,	2,5 2,5 05 05	9.0		199	0,004028	0,003846	0,003656	
20	-2,1	0,006079089	0,006064	0,			m			193	0,004982	0,004757	0,004521	
21	-2,05	0,007480913	0,007463	0,061.00	0,001011	0,001101001	0,001001	0,000010	0,00000	-0,000891	0,00613	0,005854	0,005564	
22	-2	0,00916008	0,009138	0,009071	0,00896	0,008805947	0,008612	0,008382	0,008118	0,007825	0,007507	0,007167	0,006813	
23	-1,95	0,011160211	0,011133	0,011051	0,010916	0,010728752	0,010493	0,010212	0,009891	0,009534	0,009146	0,008733	0,0083	
24	-1,9	0,013529262	0,013497	0,013397	0,013233	0,013006214	0,01272	0,01238	0,011991	0,011557	0,011087	0,010586	0,010062	
25	-1,85	0,016319405	0,01628	0,01616	0,015962	0,015688489	0,015344	0,014933	0,014463	0,013941	0,013373	0,012769	0,012137	
H + >	N okrag	z=xx+yy e	xp1 / exp2 /	exp3 Ar	kusz1 (3) 🦯							0		
Gotow	y 🛅									1	B 🔲 💾 100%	6 🖃 — —	🕀 —— V	





Warszawska Wyższa Szkoła Informatyki







c) f(x,y)=-y*sin(x)/x dla x \in <-10;10> y \in <-3,3) co 0,25 musimy tylko usunąć wartości dla x nie należące do dziedziny: (x \neq 0)

Excel sam zasygnalizuje błąd -należy wykasować wszystkie wartości dla x=0 (niestety gdy zostawimy x=0 w kolumnie A wykasowując wszystkie wartości nasz wykres nie będzie z przerwą - zacznie od wartości zero bo dla Excela pusta komórka ma wartość zero, dopiero jak wykasujemy cały wiersz z 0 nasz wykres będzie zbliżono do prawidłowego → cały czas powinniśmy pamiętać że powinna w wykresie być przerwa)

6		wykre	sy_funkcji_od	_2_zmiennych	.xlsx - Microso	oft Excel użytek nie	komercyjny	_	x						
	Narzędzia	główne Wstaw	ijanie Ukłac	Lstrony Fo	rmuly Dane	Recenzja W	idok Dewel	oper 🕜 🗕	∎ x						
(re		ionka tek: • 11			M A Daólne 🔹	C ⊟•= Wst	Q aw + Σ +	A- 49							
	B	ΙU-ΔΑ			II → % 000		ń - 🗖 -	Zí úru							
Wk	ilej 🦪 📰	- = A -			.00,00	Style	nat v Qv	Sortuj i Znajd	źi						
Scho	wek ն	Czcionka	Wyrówn	anie 🕞	liczba	Komó	rki	Edvcia	Z*						
(Series	R42	- (o	f. =	-B\$1*SIN(\$42)/\$442			Layoja	×						
	Δ+2	D	C .		Г	Г	C	11	Ē						
20	A	0.000074000	0.07500	0.05050	E 0.0055	F	0 47500	0.45024	0						
28	-3,5	-0,300671338	-0,27502	-0,25050	-0,2255	-0,200447559	-0,17539	-0,15034	-0,						
29	-3,20	-0,099872432	-0,09155	-0,08323	-0,0749	-0,000581021	-0,00820	-0,04994	-0,						
31	-3	0,141120008	0.381661	0.346965	0.312268	0,034080003	0.242875	0.208179	0.1						
32	-2,15	0 718166573	0,658319	0,598472	0.538625	0 478777715	0.418931	0.359083	0.2						
33	-2 25	1 037430929	0.950978	0.864526	0 778073	0 691620619	0.605168	0.518715	0.4						
34	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$														
35	-1.75	1.686833052	1.546264	1,405694	1.265125	1,124555368	0.983986	0.843417	0.7						
36	-1,5	1,994989973	1,828741	1,662492	1,496242	1,329993315	1,163744	0,997495	0,8						
37	36 -1,5 1,994989973 1,828741 1,662492 1,496242 1,329993315 1,163744 0,997495 0,8 37 -1,25 2,277563086 2,087766 1,897969 1,708172 1,518375391 1,328578 1,138782 0,9														
38	-1	2,524412954	2,314045	2,103677	1,89331	1,68294197	1,472574	1,262206	1,0						
39	-0,75	2,72655504	2,499342	2,272129	2,044916	1,81770336	1,59049	1,363278	1,1						
40	-0,5	2,876553232	2,63684	2,397128	2,157415	1,917702154	1,677989	1,438277	1,1						
41	-0,25	2,968847511	2,721444	2,47404	2,226636	1,979231674	1,731828	1,484424	1,						
42	①	#DZIEL/0!	#DZIEL/0!	#DZIEL/0!	#DZIEL/0!	#DZIEL/0!	#DZIEL/0!	#DZIEL/0!	#DZ						
43	0,25	2,968847511	2,721444	2,47404	2,226636	1,979231674	1,731828	1,484424	1,						
44	0,5	2,876553232	2,63684	2,397128	2,157415	1,917702154	1,677989	1,438277	1,1						
45	0,75	2,72655504	2,499342	2,272129	2,044916	1,81770336	1,59049	1,363278	1,1						
46	1	2,524412954	2,314045	2,103677	1,89331	1,68294197	1,472574	1,262206	1,0						
47	1,25	2,277563086	2,087766	1,897969	1,708172	1,518375391	1,328578	1,138782	0,9						
48	1,5	1,994989973	1,828741	1,662492	1,496242	1,329993315	1,163744	0,997495	0,8						
49	1,75	1,686833052	1,546264	1,405694	1,265125	1,124555368	0,983986	0,843417	0,7						
14 4	▶ ► okrag	z=xx+yy e	xp1 / exp2	exp3 f,t	ryg1 Arku		in minor								
Goto	owy 🛅						100% 😑 —		- 🕂 ,::						

Wykres nieprawidłowy : (widoczny jest skok wykresu od wartości x= 0 mimo że wartość f(0,y) jest wykasowana)









przykładowe rozwiązanie:

6		°a r) ≂			wykr	esy_funkcji_od_2_zr	miennych.xlsx	- Microsoft E	xcel użytek nie	ekomercyjny					_ 🗆 🗙
	Narzędzi	a główne 🛛 Wst	wianie U	kład strony	Formuly	Dane Recen	zja Wido	k Dewelo	per						🔞 – 🗖 X
1	× C70	onka teksti 💌 11	▼ ∧ ⁺ ∧ [*]			A C	Ogólne	<u>v</u>				H	K H	Σ · Α	A.
							Cogonic .		_ <u>∎</u> ≦≸	± 💋	- Market			💽 – 📶	Tanidá i
VVKIEJ	🦪 🖪	I U - H -				Scal i wyśrodkuj 🛪	- %	000 000	warunkowa	nie Formatuj e∗ jako tabelę	 style komórki * 	wstaw Usu	in Format	∠ * filtruj *	zaznacz *
Schowe	ek 🖻	Czcionka	Fa.		Wyrównani	e G	Licz	ba 🕼		Style		Komo	órki	Edycj	a
	B2	- (*	<i>f</i> _x =	-B\$1*SIN(\$/	A2)/\$A2										*
	А	В	С	D	E	F	G	Н	1	J	K	L	М	N	0
1		-3	-2,75	-2,5	-2,25	-2	-1,75	-1,5	-1,25	-1	-0,75	-0,5	-0,25	0	0,25
2	-10	-0,163206333	-0,14961	-0,13601	-0,1224	-0,108804222	-0,0952	-0,0816	-0,068	-0,0544	-0,0408	-0,0272	-0,0136	0	0,013601
3	-9,75	-0,098313598	-0,09012	-0,08193	-0,07374	-0,065542399	-0,05735	-0,04916	-0,04096	-0,03277	-0,02458	-0,01639	-0,00819	0	0,008193
4	-9,5	-0,023731933	-0,02175	-0,01978	-0,0178	-0,015821289	-0,01384	-0,01187	-0,00989	-0,00791	-0,00593	-0,00396	-0,00198	0	0,001978
5	-9,25	0,05639659	0,051697	0,046997	0,042297	0,037597727	0,032898	0,028198	0,023499	0,018799	0,014099	0,009399	0,0047	0	-0,0047
6	-9	0,137372828	0,125925	0,114477	0,10303	0.091581886	0.080134	0.068686	0.057239	0.045791	0.034343	0.022895	0.011448	0	-0,01145
1	-8,75	0,21419107	0,196342	0,178493	0,1								49	0	-0,01785
0	-0,0	0.22540244	0,208334	0,234649	0,2 3 -								60	0	-0,02348
10	-0,20	0,33549244	0,307535	0,279577	0,2			-					17	0	-0,02790
11	-7 75	0.385005979	0.352922	0.320838	0.2 2								84	0	-0.03208
12	-7.5	0.375199991	0.343933	0.312667	(1								²⁻³ 67	0	-0.03127
13	-7.25	0.340585191	0.312203	0.283821	0.2								1-2 82	0	-0.02838
14	-7	0.281565685	0.258102	0.234638	0.2	P o m						1.5	6 4	0	-0.02346
15	-6,75	0,200019588	0,183351	0,166683	0,1 -1	1 1 9	i à ù ù	7 10	THE OWNER WATCHING	TITUT		-0,75	68	0	-0,01667
16	-6,5	0,099286148	0,091012	0,082738	0,0 -2	1		0 1	3 S	5 S	in in	-3	-1-0 74	0	-0,00827
17	-6,25	-0,015926024	-0,0146	-0,01327	-0,					0 P	00 6		■-21 33	0	0,001327
18	-6	-0,139707749	-0,12807	-0,11642	-0, -3	2)E	■-32 64	0	0,011642
19	-5,75	-0,265189084	-0,24309	-0,22099	-0,								21	0	0,022099
20	-5,5	-0,384840178	-0,35277	-0,3207	-0,								07	0	0,03207
21	-5,25	-0,490819711	-0,44992	-0,40902	-0,								09	0	0,040902
22	-5	-0,575354565	-0,52741	-0,47946	-0,								95	0	0,047946
23	-4,75	-0,631132288	-0,57854	-0,52594	-0,	0.40445700	0.00045	0.0050 (0.0745 (0.04700	0.40000	0.40001	59	0	0,052594
24	-4,5	-0,651686745	-0,59738	-0,54307	-0,488//	-0,43445/83	-0,38015	-0,32584	-0,27154	-0,21/23	-0,16292	-0,10861	-0,05431	0	0,054307
25	-4,25	-0,031/5/194	-0,57911	-0,52646	-0,47382	-0,4211/1463	-0,36853	-0,31588	-0,26323	-0,21059	-0,15/94	-0,10529	-0,05265	0	0,052646
14 4 1	→ okrag	-0.007001871	-0.5203	-0,473 exp3 f.tr	-0.4257 va1 Arku	-0,370401248 sz1 (3)	-0.3311	-0.2838	-0,2305	-0,1892	-0,1419	-0.0940	-0,0473	0	0,0473
Gotowy	y 🛅												100%	0	ŪŪ,;

d) f(x,y)=-sin(x)/x +sin(y)/y dla x \in <-10;10> y \in <-10,10) co 0,25 musimy tylko usunąć wartości dla x ,y nie należące do dziedziny: (x \neq 0) oraz (y \neq 0)







Narcediza advone Vikad (trony Formuly Dane Recenzia Videk Depaine Formuly Softe		1 2	(<mark>`</mark> ≣`) ⇒		-	wykre	esy_funkcji_od_2_z	miennych.xlsx	- Microsoft E	kcel użytek nie	komercyjny		-			_ D _ X
Corona tests: I <		Narzędzi	a główne 🛛 Wsta	awianie U	kład strony	Formuly	Dane Recen	zja Wido	k Dewelo	per						🕐 – 🗖 🗙
A B C D E F G H	-		opka taketu z 11	V (A* . Y)			A C	Ogálas	<u>v</u>				-		Σ • Α	â
WH B I			onka tekste · II	AA			- Zawijaj tekst	Ogoine		- 3					💽 - 🛛 🛛	uru
Schowekt G Cacionita C Wytowname C Lucub C Syle Komóti Edgas B3 - (S. 6) Slovekt G Slovekt G Slovekt G Syle Komóti Edgas A B C D E F G H I J K L M N O 1 -10 -9,75 -9,5 -9,25 -9,25 -9,9 -8,75 -8,5 -8,25 -8 -7,75 -7,5 -7,25 -7,7 -7,5 -7,25 -7,7 -7,5 -7,25 -7,7 -7,5 -7,25 -7,7 -6,75 2 -00087132755 -004068 -0040682 0.001397 0.013880 0.037880299 0.063480 0.013220 0.112719 0.13620 0.112719 0.13620 0.112719 0.124250 0.1124250 0.112640 0.814712 0.124861 0.123919 0.124640 0.1241250 0.112640 0.817110 0.165612 0.06928610 0.1	Wkle	B 🚽 🖪	IU·				Scal i wyśrodkuj 🔹	- %	000 00, 00, 000	Formatowar warunkowe	 Formatuj jako tabele 	Style v komórki v	Wstaw Usu	in Format	∠ * Sortuj i filtruj *	Znajdz i zaznacz *
B3 - <i>L</i> = SIN(SA3)/SA3+SIN(BS1)/BS1 A B C D E F G H I J K L M N O 10 9,75 9,5 9,5 9,25 9 4,75 4,5 8,25 8 7,75 7,5 7,25 7,25 7,6 7,675 2 -10 0.108804222 0,08717 0.06231 -0,0854 0.00468 -0,01397 0,013019743 0,038028 0,057429 0,068268 0,073933 0,070668 0,080175 0,061084 0,03902 4 -9,5 0,06231755 0.04068 -0,01582 0,01088 0,037598 0,06168 0,07966 0,090699 0,095664 0,090225 0,080175 0,061084 0,03902 5 -9,25 -0,035603248 -0,01397 0,01088 0,037598 0,064598000 0,090196 0,112739 0,13032 0,117559 0,120425 0,117156 0,105618 0,08545 0,068763 5 -9,25 -0,03603248 -0,01397 0,01088 0,037598 0,064598000 0,090196 0,112739 0,13032 0,117559 0,120425 0,117156 0,105618 0,08545 0,068763 6 -9,0008011168 0,01302 0,017590 0,004599 0,017850 0,117550 0,117156 0,11576 0,210807 0,005989 0,017850 0,11759 0,100529 0,117559 0,117156 0,10559 0,104591 0,095995 0,118504 0,117494 0,028059 0,227057 0,207384 0,118710 0,105029 0,118504 0,118204 0,0059769 0,227189 0,21752 0,118504 0,11745 0,0241899 0,227159 0,005459 0,002172 0,005459 0,005182 0,005459 0,005182 0,005459 0,005182 0,005459 0,005182 0,005459 0,005182 0,005459 0,005182 0,005459 0,005182 0,005459 0,005182 0,005459 0,00575 0,005459 0,00575 0,005459 0,00575 0,005459 0,005182 0,005459 0,00575 0,005459 0,00575 0,005459 0,00575 0,005459 0,00575 0,005459 0,00575 0,005459 0,00575 0,00584 0,00575 0,00584 0,00575 0,00584 0,00575 0,00585 0,005875 0,005875 0,005875 0,005875 0,005875 0,005875 0,005875 0,005875 0,005875 0,005875 0,005875 0,005875 0,005875 0	Schow	vek 🖻	Czcionka	- Fa		Wyrównani	e D	Licz	ba 😼		Style		Komo	órki	Edycja	3
A B C D E F G H I J K L M N O 1 -10 -9,75 -9,5 -9,25 -9 -8,75 -8,5 -8,25 -8 -7,75 -7,25 -7,25 -7,76 -7,25 -7,75 -7,25 -7,76 -7,75 <td></td> <td>B3</td> <td>~ (*</td> <td><i>f</i>_x =</td> <td>SIN(\$A3)/\$/</td> <td>43+SIN(B\$1</td> <td>)/B\$1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>×</td>		B3	~ (*	<i>f</i> _x =	SIN(\$A3)/\$/	43+SIN(B\$1)/B\$1									×
1 -10 -9.75 -9.5 -9.25 .9 -9.75 -8.5 -8.25 .8 -7.75 -7.75 -7.25 -7 -7.6 -7.5 -7.25 -7 -6.75 2 -10 -0.010804222 -0.08717 -0.0356 -0.003611168 0.019995 0.003528 0.07906 0.079065 0.079065 0.007065 0.007065 0.001064 0.0013902 0.013902 0.013902 0.011575 0.11275 0.00681108 0.0013978 0.038626 0.0011273 0.13082 0.111166 0.105618 0.0085472 0.039626 0.039423 0.112243 0.113086 0.112247 0.112684 0.013227 0.112644 0.013227 0.112644 0.013227 0.112644 0.013227 0.112644 0.112445 0.112445 0.112445 0.112445 0.112445 0.112446 0.112445 0.112445 0.112445 0.112445 0.112445 0.112445 0.112445 0.112445 0.112445 0.112445 0.112445 0.112445 0.112445 0.112445 0.112445 0.112445 0.112445 0.112445 0.1124455 0.183797 0.166613 <td></td> <td>A</td> <td>В</td> <td>С</td> <td>D</td> <td>E</td> <td>F</td> <td>G</td> <td>Н</td> <td>I</td> <td>J</td> <td>K</td> <td>L</td> <td>М</td> <td>N</td> <td>0</td>		A	В	С	D	E	F	G	Н	I	J	K	L	М	N	0
2 -10 -0.08804222 -0.08717 -0.0236 -0.008611188 0.016950 0.039538 0.057429 0.098568 0.079833 0.070665 0.080767 0.080767 0.080767 0.080767 0.080767 0.080767 0.080767 0.080767 0.080767 0.080767 0.080767 0.080767 0.080767 0.080767 0.080767 0.06188 0.037888 0.06458906 0.039186 0.112739 0.13063 0.142469 0.147134 0.14366 0.13227 0.112644 0.086767 6 -9 -0.008611168 0.01302 0.03788 0.064599 0.091581886 0.112739 0.13063 0.142469 0.147134 0.14366 0.159319 0.139646 0.112464 7 -8,75 0.016949412 0.038526 0.061489 0.091581886 0.117188 0.139731 0.15759 0.147134 0.14366 0.149425 0.18755 0.14866 0.112645 10 -8 0.06926767 0.096898 0.117156 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1	1		-10	-9,75	-9,5	-9,25	-9	-8,75	-8,5	-8,25	-8	-7,75	-7,5	-7,25	-7	-6,75
3 -9.75 -0.08717331 -0.06554 -0.04068 -0.01397 0.013019743 0.03380299 0.037880 0.001684 0.01392 0.117156 0.120255 0.080757 0.061084 0.03380299 4 -9.5 -0.036312755 -0.04668 -0.01582 0.01688 0.037880299 0.063486 0.08029 0.13032 0.117156 0.120425 0.117156 0.16518 0.068772 0.068772 6 -9 -0.008611168 0.013920 0.034589 0.091581886 0.117188 0.139731 0.157622 0.169461 0.174126 0.178568 0.158319 0.139646 0.112444 7 -8.75 0.018994912 0.038626 0.064599 0.011579 0.117188 0.139731 0.157622 0.169461 0.174126 0.178756 0.160613 8 -8.25 0.0577428702 0.07096 0.10392 0.1 1.575 0.129748 0.877756 0.160613 11 -7.75 0.070664552 0.092576 0.090896 0.17756 0.160613 0.37589 0.21757 0.160613 12 -7.5	2	-10	-0,108804222	-0,08717	-0,06231	-0,0356	-0,008611168	0,016995	0,039538	0,057429	0,069268	0,073933	0,070665	0,059126	0,039453	0,012271
4 -9,5 -0.062312755 -0.04068 -0.01582 0.010888 0.0378980299 0.068486 0.086029 0.113759 0.112759 0.1147134 0.114366 0.13227 0.112844 0.085474 5 -9.25 -0.036011486 0.01302 0.037598 0.064598060 0.009198 0.112739 0.13033 0.142469 0.147134 0.143866 0.132327 0.112864 0.085472 7 -8.75 0.016994912 0.038626 0.064590 0.091581886 0.117188 0.139731 0.157622 0.169461 0.141264 0.143265 0.1287455 0.160613 0.0385754 0.066459 0.091581886 0.117188 0.139731 0.157622 0.169461 0.144264 0.143866 0.187955 0.160613 0.166750 0.127468 0.187755 0.160613 0.187755 0.160613 0.187756 0.160618 0.086029 0.1 1.5 0.057866 0.221752 0.17556 0.17755 0.117560 0.1 1.5 0.0578366 0.221752 0.160618 0.089676 0.100871 0.160588 0.17752 0.117560 0.117560 0.117560	3	-9,75	-0,08717331	-0,06554	-0,04068	-0,01397	0,013019743	0,038626	0,061168	0,07906	0,090899	0,095564	0,092295	0,080757	0,061084	0,033902
5 -9.25 -0.035603248 -0.01397 0.010888 0.037598 0.064599006 0.01916 0.112739 0.13063 0.142469 0.147134 0.143066 0.132227 0.112264 0.06459 6 -9 -0.008611168 0.01302 0.037688 0.06459 0.091581886 0.117188 0.139731 0.157622 0.169461 0.142459 0.171056 0.159319 0.139646 0.112264 7 -8,75 0.016994912 0.038626 0.06459 0.091581886 0.117188 0.139731 0.157622 0.169461 0.142459 0.147124 0.174265 0.159319 0.139646 0.112264 8 -8,5 0.039537549 0.061188 0.086029 0.1 1 - - 0.057428702 0.079086 0.170566 0.178504 0.05 0.247868 0.237598 0.207568 0.197595 0.160613 1 -	4	-9,5	-0,062312755	-0,04068	-0,01582	0,010888	0,037880299	0,063486	0,086029	0,10392	0,115759	0,120425	0,117156	0,105618	0,085945	0,058763
6 -9 -0,008611168 0,01302 0,03788 0,06459 0.091581886 0.117188 0.13731 0.157622 0.169461 0.174126 0,170658 0,159319 0,139646 0,112444 7 -8,75 0,016994912 0,03862 0,063486 0,0 9 -8,25 0,057426702 0,07906 0,10392 0, 10 -8 0,06926767 0,090599 0,117759 0,1 11 -7,75 0,07086452 0,092295 0,117756 0,1 12 -7,5 0,0064552 0,092295 0,117156 0,1 13 -7,25 0,059126286 0,080757 0,105618 0,1 14 -7 0,039453117 0,016548 0,01322 0,1177168 0,118771 0,16628 15 -6,75 0,012271085 0,033082 0,05748 0,00324 0,025185 0,0 16 -6,5 -0,021306728 0,00324 0,025185 0,0 0,097495 0,07849 0,01474 0,18022 0,183846 19 -5,55 -0,18268217	5	-9,25	-0,035603248	-0,01397	0,010888	0,037598	0,064589806	0,090196	0,112739	0,13063	0,142469	0,147134	0,143866	0,132327	0,112654	0,085472
7 -8,75 0,016994912 0,03826 0,063468 0,0 8 -8,5 0,03953754 0,061168 0,0806029 0,1 9 -8,25 0,057428702 0,07906 0,10392 0,1 10 -8 0,06926767 0,90899 0,115759 0,1 11 -7,75 0,073933215 0,095564 0,120425 0,1 12 -7,75 0,070966 0,10392 0,115759 0,1 13 -7,25 0,059126286 0,080757 0,105618 0,1 14 -7 0,039453117 0,0638763 0,0 0,058763 0,0 16 -6,75 0,012271085 0,033002 0,058763 0,0 0,058763 0,0 17 -6,25 0,059710786 -0,03308 0,01322 0,0 1 0,548763 0,0224864 0,18710 1,60528 0,133346 19 -5,75 -0,18268217 -0,16416 -0,16328 0,133346 0,03362 0,058763 0,0 19 -5,75 -0,18268217 -0,16416 -0,	6	-9	-0,008611168	0,01302	0,03788	0,06459	0.091581886	0.117188	0.139731	0.157622	0.169461	0.174126	0,170858	0,159319	0,139646	0,112464
8 -8,5 0.039537549 0.061168 0.080629 0,1 9 -8,25 0.057426702 0.07060 0.10392 0 10 -8 0.06926767 0.090899 0.115759 0.1 11 -7,75 0.070664552 0.090899 0.115759 0.1 12 -7,5 0.070664552 0.090295 0.117166 0.1 13 -7,25 0.059726870 0.05077 0.05618 0.1 14 -7 0.039453117 0.061084 0.085945 0.1 15 -6,75 0.012271085 0.030302 0.058783 0.0 16 -6,55 0.01207086 -0.07934 0.05448 0.1 19 -5,75 0.016728 0.00324 0.025132 0.06859 0.41771 18 -6 -0.100971361 -0.07934 0.05448 0.1 0.16459 0.03667 0.06859 0.047268 0.020712 21 -5,5 0.2180026 0.11715 0.11729 0.145993912 -0.12039 -0.07995 -0.06812 -0.06812	7	-8,75	0,016994912	0,038626	0,063486	0,0						732	0,196464	0,184925	0,165252	0,13807
9 -8,25 0,057428702 0,07906 0,10392 0,10392 0,10392 0,10392 0,10392 0,10392 0,115759 0,11 10 -8 0,06926767 0,090699 0,115759 0,11 1,5 0,75 0,07393215 0,995564 0,12022 0,11016 0,1 1,5 0,75 0,070664552 0,992295 0,117156 0,1 1,5 0,5 1,1,5 0,5 1,1,5 0,5 0,059126286 0,000324 0,025185 0,0 0,218922 0,19174 0,180202 1,1,5 0,5 1,1 1,0 0,0517428702 0,01877 0,105818 0,1 1,0 0,99564 0,221057 0,270384 0,18771 0,160528 0,018771 0,160528 0,018771 0,160528 0,018771 0,160528 0,09769 0,218922 0,11871 0,160528 0,013344 0,01324 0,01874 0,01874 0,01874 0,01874 0,01874 0,01874 0,01874 0,02104 0,09769 0,27634 0,14829 0,01874 0,01874 0,01874 0,01874 0,01874 0,021174 0,09867 0,02104	8	-8,5	0,039537549	0,061168	0,086029	0,1						275	0,219006	0,207468	0,187795	0,160613
10 -8 0,06926767 0,090899 0,115759 0,1 11 -7,75 0,073933215 0,09564 0,120425 0,1 12 -7,75 0,0703933215 0,09564 0,120425 0,1 13 -7,25 0,059126286 0,080757 0,105618 0,1 14 -7 0,039453117 0,061084 0,085945 0,1 15 -6,75 0,012271085 0,03302 0,058763 0,0 16 -6,5 -0,012271085 0,03302 0,058763 0,0 17 -6,25 -0,059710786 -0,03308 -0,01322 0,0 18 -6 -0,100971361 -0,0548 0,0 0,0548 0,0 19 -5,25 -0,142808217 -0,16105 -0,13619 -0,1 -0,17299 -0,145993912 -0,12039 -0,07985 -0,06812 -0,06812 -0,06854 -0,0508 -0,06975 -0,06812 -0,06854 -0,01475 -0,02442 -0,06816 22 -5,5 -0,18268217 -0,16105 -0,13819 -0,1456993912 -0,120	9	-8,25	0,057428702	0,07906	0,10392	0, 2	T				_	166	0,236897	0,225359	0,205686	0,178504
11 -7,75 0,073933215 0,095264 0,120425 0,1 12 -7,5 0,07066452 0,092295 0,117156 0,1 13 -7,25 0,057066452 0,092295 0,117156 0,1 14 -7 0,039453117 0,061084 0,086945 0,1 15 -6,75 0,012271085 0,03802 0,058763 0,0 16 -6,5 -0,012306728 0,003024 0,058763 0,0 17 -6,25 -0,059710786 -0,03808 -0,1322 0 18 -6 -0,100971381 -0,054314 0,05448 0,0 19 -5,75 -0,142798472 -0,12117 0,06631 -0,053 19 -5,75 -0,142798472 -0,13619 -0,0 -0,0 20 -5,5 -0,218008681 -0,11752 -0,0 -0,024176 0,024726 0,02895 0,04728 0,02895 0,04728 0,02894 0,061365 12 -5,5 -0,218008681 -0,13819 -0,1239 -0,1239 -0,07995 -0,06812 -0	10	-8	0,06926767	0,090899	0,115759	0,1						005	0,248736	0,237198	0,217525	0,190343
12 -7,5 0,070664552 0,092295 0,117156 0,1 13 -7,25 0,059126286 0,080757 0,105618 0,1 14 -7 0,039453117 0,061084 0,085945 0,1 15 -6,75 0,012271085 0,03302 0,058783 0,0 16 -6,5 0,012271085 0,03302 0,058783 0,0 17 -6,25 0,059710786 0,03080 0,01322 0,0 18 -6 -0,100971361 -0,06124 0,0 0,06678 0,09795 19 -5,75 -0,142798422 -0,16105 0,13819 -0,0 0,14974 0,160528 0,02172 20 -5,55 -0,18228217 -0,16105 -0,13819 -0,17299 0,145993912 -0,12039 -0,09785 -0,06812 -0,06812 -0,06814 -0,066959 0,047266 0,09793 -0,02172 21 -5,25 -0,246189686 -0,1997 -0,17299 -0,145993912 -0,12039 -0,09785 -0,06812 -0,06812 -0,06812 -0,06812 -0,06814 -0,069	11	-7,75	0,073933215	0,095564	0,120425	0,1 1,5	1					1.5-2 571	0,253402	0,241864	0,222191	0,195009
13 -7.25 0.059126286 0.080757 0.105618 0.1 14 -7 0.039453117 0.061084 0.085945 0.1 15 -6,75 0.012271085 0.033002 0.0559183 0.0 16 -6,5 -0.021306728 0.000324 0.025185 0.0 17 -6,25 -0.059710786 -0.03308 -0.01322 0.0 18 -6 -0.109971361 -0.07934 0.05448 -0.0 19 -5,75 -0.142798472 -0.12117 -0.06831 -0.03867 0.01326 20 -5,55 -0.1808681 -0.19892 -0.1177 -0.06831 -0.07849 0.047286 0.020104 21 -5,25 -0.218008681 -0.16105 -0.13819 -0. -0.07995 -0.06812 <td>12</td> <td>-7,5</td> <td>0,070664552</td> <td>0,092295</td> <td>0,117156</td> <td>0,1</td> <td></td> <td></td> <td>A state</td> <td></td> <td></td> <td>1-1 5 402</td> <td>0,250133</td> <td>0,238595</td> <td>0,218922</td> <td>0,19174</td>	12	-7,5	0,070664552	0,092295	0,117156	0,1			A state			1-1 5 402	0,250133	0,238595	0,218922	0,19174
14 -7 0.039453117 0.061084 0.085945 0,1 15 -6,75 0.012271085 0.033002 0.0658763 0,0 16 -6,5 0.01227108728 0.000324 0.025185 0,0 17 -6,25 0.059710786 -0.03808 -0.01322 0,0 0,0 10 0,18122 0,18022 0,18022 0,18022 0,18022 0,18022 0,18022 0,08854 0,01210 19 -5,75 -0,18268217 -0,16105 -0,13619 -0 <td< td=""><td>13</td><td>-7,25</td><td>0,059126286</td><td>0,080757</td><td>0,105618</td><td>0,1 1</td><td>F</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>364</td><td>0,238595</td><td>0,227057</td><td>0,207384</td><td>0,180202</td></td<>	13	-7,25	0,059126286	0,080757	0,105618	0,1 1	F					364	0,238595	0,227057	0,207384	0,180202
15 -6,75 0,012271085 0,03302 0,058763 0,0 0,5 16 -6,5 0,012271085 0,00324 0,025185 0,0 0,0 0,5 17 -6,25 0,059710786 0,03808 0,01322 0,0 0,5 0,0 0,5 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,0 0,09769 0,09769 0,19174 0,18022 0,180528 0,099769 0,0 0,0 0,0 0,0 0,09769 0,0	14	-7	0,039453117	0,061084	0,085945	0,1						0,5-1 191	0,218922	0,207384	0,18771	0,160528
16 -6,5 -0,021306728 0,0025185 0,0 17 -6,25 -0,059710786 -0,03808 -0,01322 0, 18 -6 -0,00971361 -0,07934 -0,05448 -0,0 19 -5,75 -0,142798472 -0,12117 -0,09631 -0,0 20 -5,5 -0,18268217 -0,16105 -0,13819 -0,0 21 -5,25 -0,248086881 -0,1997 -0,17729 -0,145993912 -0,12039 -0,07995 -0,06812 -0,06812 -0,06872 -0,07849 0,068675 -0,099693 22 -5 -0,248186966 -0,22456 -0,1997 -0,17299 -0,145993912 -0,12039 -0,07995 -0,06812 -0,06812 -0,06875 -0,09693 -0,12337 -0,12339 -0,26477954 -0,24315 -0,21843 -0,1173772 -0,14833 -0,1239 -0,09795 -0,08552 -0,08671 -0,09855 -0,08672 -0,07851 -0,1037 -0,12337 -0,15056 23 -4,75 -0,26477954 -0,2184 -0,21843 -0,117437972 -0,14833 -0,12337 <t< td=""><td>15</td><td>-6,75</td><td>0,012271085</td><td>0,033902</td><td>0,058763</td><td>0,0 0,5</td><td>T I</td><td></td><td></td><td></td><td>5 25</td><td>0-0,5 009</td><td>0,19174</td><td>0,180202</td><td>0,160528</td><td>0,133346</td></t<>	15	-6,75	0,012271085	0,033902	0,058763	0,0 0,5	T I				5 25	0-0,5 009	0,19174	0,180202	0,160528	0,133346
17 -6.25 -0.059710786 -0.03808 -0.01322 0.0 0	16	-6,5	-0,021306728	0,000324	0,025185	0,0				×0.	25	-0.5-0 431	0,158162	0,146624	0,126951	0,099769
18 -6 -0.100971361 -0.07834 -0.05448 -0.0 19 -5,75 -0.142798472 -0.12117 -0.096931 -0.0 20 -5,5 -0.18268217 -0.16105 -0.13819 -0.0 21 -5,25 -0.218008681 -0.19638 -0.17299 -0.145993912 -0.12039 -0.09785 -0.09785 -0.00875 -0.09893 22 -5 -0.246186966 -0.24315 -0.1929 -0.1145993912 -0.12039 -0.09785 -0.09785 -0.08851 -0.08854 -0.060851 -0.08654 -0.09786 -0.09793 -0.12511 23 -4,75 -0.246189666 -0.24315 -0.21829 -0.1145993912 -0.12329 -0.16448 -0.098655 -0.08671 -0.08264 -0.09875 -0.09875 -0.08854 -0.06852 -0.09785 -0.12337 -0.15056 24 -4,5 -0.241754 -0.24315 -0.11978 -0.1479772 -0.14583 -0.12329 -0.10864 -0.09856 -0.08692 -0.098256 -0.08692 -0.09216 -0.11037 -0.12337 -0.15056 25	17	-6,25	-0,059710786	-0,03808	-0,01322	0, 0				-5/		027	0,119758	0,10822	0,088547	0,061365
19 -5,75 -0,142798472 -0,12117 -0,09681 -0 -0.5 -5 -5 -0,18268217 -0,16105 -0,13619 -0 -5 -5 -0,18268217 -0,16105 -0,13619 -0 -5 -5 -0,18268217 -0,16105 -0,13619 -0 -0 -5 -5 -0,18268217 -0,16105 -0,13619 -0 -0 -5 -5 -0,216806861 -0,19838 -0,17152 -0 -0 -5 -0	18	-6	-0,100971361	-0,07934	-0,05448	-0,	H @ - 5	0 1 0 0	THE REAL PROPERTY NAMES	-10		766	0,078497	0,066959	0,047286	0,020104
20 -5,5 -0,18268217 -0,16105 -0,13619 -0, 21 -5,25 -0,218008681 -0,19638 -0,17152 -0, -0,03854 -0,003854 -0,05086 -0,09693 22 -5 -0,241806866 -0,22456 -0,1997 -0,17299 -0,145593912 -0,12039 -0,09785 -0,07995 -0,06812 -0,06824 -0,060875 -0,09693 23 -4,75 -0,26477954 -0,21829 -0,19158 -0,164586486 -0,13898 -0,11644 -0,09355 -0,08511 -0,06824 -0,08526 -0,09785 -0,11652 -0,1437 24 -4,5 -0,271631026 -0,22514 -0,19843 -0,11437972 -0,14583 -0,12329 -0,10856 -0,08526 -0,08526 -0,08526 -0,09706 -0,11637 -0,12337 -0,15056 25 -4,25 -0,264987842 -0,2185 -0,11719 -0,164794789 -0,13919 -0,11665 -0,09875 -0,08522 -0,08525 -0,08752 -0,08753 -0,12237 -0,11639 -0,11639 -0,11639 -0,11639 -0,11639 -0,11639 -0,11639	19	-5,75	-0,142798472	-0,12117	-0,09631	-0 -0,	5	2,2	3,75 5,75	12		939	0,03667	0,025132	0,005459	-0,02172
21 -5.25 -0.218008681 -0.19638 -0.17152 -0.1 527 -0.03854 -0.060975 -0.069975 22 -5 -0.246186966 -0.22456 -0.1997 -0.1299 -0.145993912 -0.1239 -0.07955 -0.06812 -0.06345 -0.06675 -0.09893 23 -4.75 -0.246186966 -0.24315 -0.21829 -0.19158 -0.164586486 -0.13898 -0.11644 -0.09356 -0.06871 -0.06875 -0.06865 -0.10855 -0.10855 -0.10855 -0.10851 -0.12337 -0.15566 24 -4.5 -0.271631026 -0.225 -0.22514 -0.19843 -0.111437972 -0.14583 -0.12329 -0.1054 -0.09356 -0.08899 -0.09216 -0.1037 -0.12337 -0.15566 25 -4.25 -0.264987842 -0.24365 -0.2185 -0.19179 -0.164794799 -0.13919 -0.11665 -0.09875 -0.08652 -0.09766 -0.11673 -0.14391 26 -4 -0.243607235 -0.22171 -0.1711 -0.1704 -0.1138919 -0.1178 -0.095654 -0.06553 <td>20</td> <td>-5,5</td> <td>-0,18268217</td> <td>-0,16105</td> <td>-0,13619</td> <td>-0,</td> <td></td> <td></td> <td>0.00</td> <td>0</td> <td></td> <td>-05</td> <td>-0,00321</td> <td>-0,01475</td> <td>-0,03442</td> <td>-0,06161</td>	20	-5,5	-0,18268217	-0,16105	-0,13619	-0,			0.00	0		-05	-0,00321	-0,01475	-0,03442	-0,06161
22 -5 -0,246186966 -0,22546 -0,1997 -0,17299 -0,145993912 -0,12039 -0,07955 -0,07955 -0,06812 -0,06845 -0,06862 -0,07826 -0,09793 -0,15211 23 -4,75 -0,26477954 -0,21829 -0,19158 -0,164586486 -0,13989 -0,11644 -0,09855 -0,08671 -0,08204 -0,09685 -0,11652 -0,1437 24 -4,5 -0,224180 -0,2185 -0,119843 -0,1173792 -0,14583 -0,12329 -0,1054 -0,09856 -0,09856 -0,09216 -0,1037 -0,15056 25 -4,25 -0,24386742 -0,22436 -0,2185 -0,117949 -0,13919 -0,113919 -0,13919 -0,13917 -0,14583 -0,08875 -0,08825 -0,08552 -0,08552 -0,08552 -0,08552 -0,08552 -0,08552 -0,08552 -0,08552 -0,08519 -0,14533 -0,12253 26 -4 -0,243602735 -0,22197 -0,19711 -0,143409681 -0,1178 -0,09553 -0,06653 -0,06613 -0,07567 -0,09535 -0,12253 37	21	-5,25	-0,218008681	-0,19638	-0,17152	-0,						527	-0,03854	-0,05008	-0,06975	-0,09693
23 -4,75 -0,26477954 -0,24315 -0,21829 -0,19158 -0,164586466 -0,13988 -0,11644 -0,09855 -0,08671 -0,08204 -0,09855 -0,11652 -0,1437 24 -4,5 -0,271631026 -0,25 -0,22514 -0,19843 -0,171437972 -0,14583 -0,12329 -0,1054 -0,09356 -0,08889 -0,09216 -0,1037 -0,12337 -0,15566 25 -4,25 -0,264987842 -0,2436 -0,2185 -0,19179 -0,164794789 -0,13919 -0,11665 -0,09875 -0,08692 -0,08252 -0,08525 -0,08525 -0,08525 -0,08575 -0,0413 -0,07567 -0,09535 -0,14251 26 -4 -0,243602735 -0,22197 -0,19711 -0,1704 -0.143409681 -0,1178 -0.09526 -0,07737 -0,06553 -0,06613 -0,0767 -0.09535 -0,12253 26 -4 -0,243602735 -0,22197 -0,19711 -0,1704 -0.143409681 -0,1178 -0.09526 -0,07737 -0,06553 -0,06613 -0,0767 -0,09535 -0,12253 -0,22197 -0,9714 -0,143409681 -0,1178 -0,09526 -0,07737 -0,06553 -0,06613 -0,0767 -0,09535 -0,12253 -0,02197 -0,09535 -0,12253 -0,02197 -0,09535 -0,12253 -0,02197 -0,09535 -0,12253 -0,00613 -0,0767 -0,09535 -0,12253 -0,00613 -0,0767 -0,09535 -0,12253 -0,00613 -0,0767 -0,09535 -0,12253 -0,00613 -0,0767 -0,09535 -0,12253 -0,00613 -0,0767 -0,09535 -0,12253 -0,00613 -0,0767 -0,09535 -0,02164 -0,01643 -0,0767 -0,09535 -0,02164 -0,01643 -0,0767 -0,09535 -0,02164 -0,00773 -0,0653 -0,06613 -0,0767 -0,09535 -0,0225 -0,0000 -0,00773 -0,00553 -0,00613 -0,0767 -0,09535 -0,02254 -0,00773 -0,00553 -0,00613 -0,0767 -0,09535 -0,02164 -0,01643 -0,0767 -0,0953 -0,0225 -0,0000 -0,00773 -0,00553 -0,00643 -0,0767 -0,09535 -0,02254 -0,00773 -0,00553 -0,00643 -0,0767 -0,09535 -0,02554 -0,00773 -0,00553 -0,00643 -0,0767 -0,09535 -0,02554 -0,00773 -0,00553 -0,00567 -0,00553 -0,00567 -0,00553 -0,00567 -0,00553 -0,00567 -0,00553 -0,00567 -0,00553 -0,00567 -0,00553 -0,00567 -0,00553 -0,00567 -0,00553 -0,00567 -0,00553 -0,00567 -0,00553 -0,00567 -0,00555 -0,00567 -0,00555 -0,00567 -0,00555 -0,00567 -0,00555 -0,00567 -0,00555 -0,00567 -0,00555 -0,00567 -0,00555 -0,00567 -0,00555 -0,00567 -0,00555 -0,00567 -0,00555 -0,00567 -0,00555 -0,00567 -0,00555 -0,00567 -0,00555 -0,00567 -0,00555 -0,00567 -0,00555 -0,00567 -0,00555 -0,00567 -0,00567 -0,00567 -	22	-5	-0,246186966	-0,22456	-0,1997	-0,17299	-0,145993912	-0,12039	-0,09785	-0,07995	-0,06812	-0,06345	-0,06672	-0,07826	-0,09793	-0,12511
24 -4,5 -0,271631026 -0,25 -0,22514 -0,19943 -0,11437972 -0,14583 -0,1232 -0,09356 -0,08899 -0,08899 -0,08899 -0,08899 -0,08899 -0,0875 -0,08692 -0,08692 -0,08692 -0,08552 -0,09706 -0,11633 -0,11331 26 -4 -0,243602735 -0,22197 -0,19171 -0,1704 -0.143409681 -0,1173 -0,08553 -0,06553 -0,06413 -0,07567 -0,08543 -0,012535 (14) + okrag -xxxx+yy exp2 exp3 /ftryg2 Arkusz1 (3) -	23	-4,75	-0,26477954	-0,24315	-0,21829	-0,19158	-0,164586486	-0,13898	-0,11644	-0,09855	-0,08671	-0,08204	-0,08531	-0,09685	-0,11652	-0,1437
25 -4,25 -0,264987842 -0,24336 -0,2185 -0,19179 -0,164794789 -0,13919 -0,11665 -0,09875 -0,08692 -0,08225 -0,08552 -0,09706 -0,11673 -0,14391 26 -4 -0,243602735 -0,22197 -0,19711 -0,1704 -0,143409681 -0,1178 -0,09526 -0,07737 -0,06553 -0,06087 -0,06413 -0,07567 -0,09535 -0,12253 H ↔ H okrag / =xx+yy / exp1 / exp2 / exp3 / ftryg1 / ftryg2 / Arkusz1 (3) /23	24	-4,5	-0,271631026	-0,25	-0,22514	-0,19843	-0,171437972	-0,14583	-0,12329	-0,1054	-0,09356	-0,08889	-0,09216	-0,1037	-0,12337	-0,15056
26 -4 -0,243602735 -0,22197 -0,19711 -0,1704 -0,143409681 -0,1178 -0,09526 -0,07737 -0,06553 -0,06087 -0,06413 -0,07567 -0,09535 -0,12253 H ↔ H okrag / =xx+yy / exp1 / exp2 / exp3 / f,tryg1 / f,tryg2 / Arkusz1 (3) / 2 / 1 / 1 / 1 / 1 / 1 / 1 / 1 / 1 / 1	25	-4,25	-0,264987842	-0,24336	-0,2185	-0,19179	-0,164794789	-0,13919	-0,11665	-0,09875	-0,08692	-0,08225	-0,08552	-0,09706	-0,11673	-0,14391
	26	-4	-0.243602735	-0,22197	-0,19711	-0.1704	-0.143409681	-0.1178	-0,09526	-0.07737	-0.06553	-0,06087	-0,06413	-0.07567	-0,09535	-0.12253
	Cabo	okrag	∠=xx+γγ e	xp1 / exp2 /	exp3 / r,t	ygi T, try g	AIKUSZI (3)							1000		

e) f(x,y)=cos(x) +sin(y) dla x \in <-10;10> y \in <-10,10> skok co 0,25

()	1 2	(°ar) ≎	-	wykres	y_funkcji_oo	l_2_zm	iennych.xlsx -	Microsoft Exe	el użytek niek	omercyjny				
	Narzędzi	a główne 🛛 Wst	awianie U	kład strony	Formuly	D	ane Recen	zja Wido	k Dewelo	per			0	- = ×
R	X Czc	onka tekstu 🔻 11	• A A		8×-	5	Ogólne	• •				¦a•⊐ Wstaw ≁	Σ·Α	A
Wklej	B	IU	3 - A -			-a	· % 00	0 .00	Formatowanie	Formatuj	Style	∃ [™] Usuń ▼	Sortuj i	Znajdź i
Schowe	V	Czrionka		Wyróy	vnanie		Liczha	500 - 50	warunkowe *	jako tabelę *	komórki *	Format *	✓ filtruj * Edvci	zaznacz *
Contone	D21	- (a	£ =	COS(\$A21)		1)	LICEDU	-1		Jujie	,	Romorki	Luyy	×
	Δ	B	C	D	F	·/	F	G	Н		J	К		M
1	A	-10	-9.75	-9.5	-9.2	5	-9	-8.75	-8.5	-8 25	-8	-7.75	-7.5	-7 :
2	-10	-0 295050418	-0 51955	-0 76392	-1 0129	5 -1	251190014	-1 4638	-1 63756	-1 76168	-1 82843	-1 83367	-1 77707	-1 662
3	-9 75	-0 403558693	-0 62806	-0 87243	-1 1214	7 -1	359698289	-1 5723	-1 74607	-1 87018	-1 93694	-1 94218	-1 88558	-1 770 =
4	-9.5	-0,453151045	-0.67765	-0,92202	-1,1710	3 -1.	409290641	-1.6219	-1,79566	-1.91978	-1,98653	-1,99177	-1,93517	-1.820:
5	-9,25	-0,440744063	-0,66525	-0,90961	-1,1586	5 -1,	396883659	-1,60949	-1,78325	-1,90737	-1,97412	-1,97936	-1,92277	-1,807
6	-9	-0,367109151	-0,59161	-0,83598	-1,0850	2 -1.	323248747	-1.53585	-1.70962	-1.83373	-1.90049	-1.90573	-1.84913	-1,734:
7	-8,75	-0,236824573	-0,46133	-0,70569	-0,								5	-1,603
8	-8,5	-0,057990792	-0,28249	-0,52686	-0		_						1	-1,425
9	-8,25	0,158273173	-0,06623	-0,3106	-0,	2 -							5	-1,208
10	-8	0,398521077	0,174019	-0,07035	-0,	-	-						5	-0,968
11	-7,75	0,647815468	0,423314	0,178945	-0	1,5 +							■ 1,5-2 1	-0,719:
12	-7,5	0,890656429	0,666155	0,421786	0,1	1						-	■ 1-1,5 6	-0,476
13	-7,25	1,111945284	0,887443	0,643075	0,3	1						7	0.5-1 8	-0,255
14	-7	1,297923365	1,073421	0,829053	0,5	0,5 -						6,25	1	-0,069
15	-6,75	1,437027456	1,212526	0,968157	0,7	0 -					-2	,23	9	0,0699:
16	-6,5	1,520608737	1,296107	1,051739	0,8							1	■ -0,5-0 8	0,1535
17	-6,25	1,543470529	1,318969	1,074601	0,	-0,5 -	80° - C	-2,5	75 25	in in in	nf 10		■ -10,5 9	0,1763
18	-6	1,504191398	1,279689	1,035321	0,7	-1			m			7	-1.51 7	0,1370
19	-5,75	1,405213528	1,180712	0,936344	0,6							·	1	0,0381
20	-5,5	1,252690885	1,028189	0,783821	0,	-1,5		and the					-21,5 3	-0,114
21	-5,25	1,056106588	0,831605	0,587237	0,3	-2					1		1	-0,3
22	-5	0,827683296	0,603181	0,358813	0,1								4	-0,539
23	-4,75	0,581623264	0,357121	0,112753	-0,						E.		4	-0,785
24	-4,5	0,333225311	0,108723	-0,13564	-0,	,		-,	.,	.,	.,	.,		-1,033
25	-4,25	0,097933621	-0,12657	-0,37094	-0,6199	B -0,	858205975	-1,07081	-1,24457	-1,36869	-1,43545	-1,44069	-1,38409	-1,269
26	-4	-0,10962251	-0,33412	-0,57849	-0.8275	3 -1.	065762106	-1,27837	-1,45213	-1,57625	-1,643	-1,64824	-1,59164	-1.476
Cata	PI OKrag	∠ z=xx+yy ∠ e	xp1 / exp2	exp3 / f,t	yg1 / f,tr	yg2	T, Cryg3 / A	rkusz1 (3) 🔬				1000		
Gotowy												Ш 100% (-	J	.::

"Projekt współfinansowany przez Unię Europejską w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego"







f) f(x,y)=-[x^2+y^2] dla x <-4;4> y <-4,4> skok co 0,2 gdzie funkcja [x] oznacza znaną funkcję (podłoga, cześć całkowita, entier)

$$\lfloor x \rfloor = \max\{k \in \mathbb{Z} \colon k \leqslant x\}$$

W arkuszu Excel formuła będzie miała postać =-ZAOKR.DO.CAŁK(\$A3*\$A3+B\$1*B\$1)

Rozwiązanie przykładowe :



Niestety wykres obarczony jest pewnymi błędami (tam gdzie widać cienie w czaszy naszej przyciętej sfery powinny być dziury)

g) $f(x,y)=x^2+2xy-3y^2$ dla $x \in <-3; > y \in <-2, > skok$ co 0,25 przykładowe rozwiązanie:







n		` ₩`) ₹		100	(Televised)		wykresy_fu	nkcji_od_2_zn	niennych.xlsx	- Microsoft E	cel użytek nie	ekomercyjny			-				x
9	Narzędzi	główne	Wstawianie	Układ stror	ny Formi	yły Dane	Recenzja	Widok	Deweloper									@ -	e x
	🔏 Wytnij	2	Czcionka tekstu	· 11 · /	х х =	= <u>-</u> »	- Zaw	/ijaj tekst	Ogólne	+	4				× 💼	Σ Autosum	owanie * 🛔	7 4	
Wkl	🚽 🛁 Kopiuj		P 7 II -	100 - A -				l i umérodkui a	· · ·	000 €,0 ,00	Formatowa	nie Formatui	Style	Wstaw Us	uń Format	Wypełnie	nie * Sor	tui i Znaidźi	
-	🎽 🍼 Malarz	formatów	D 2 <u>0</u>					i i wysroukuj	-3 /0	000 ,00 >,0	warunkow	re 🐐 jako tabelę	* komórki *			Wyczyść ·	filti	uj * zaznacz *	-
	Schowek	191	Czci	ionka	la j	W	równanie		× Licz	ba 'x		Style		Kon	lorki		Edycja		
	B2	-	(* <i>f</i> x	=\$A2*\$A	2+2*\$A2*E	3\$1-3*B\$1*I	B\$1												*
	А	В	С	D	E	F	G	Н	1	J	К	L	M	N	0	P	Q	R	
1		-2	-1,75	-1,5	-1,25	-1	-0,75	-0,5	-0,25	0	0,25	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	
2	-3	9	10,3125	11,25	11,8125	12	11,8125	11,25	10,3125	9	7,3125	5,25	2,8125	0	-3,1875	-6,75	-10,6875	-15	-1
3	-2,75	6,5625											1,75	-0,9375	-4	-7,4375	-11,25	-15,4375	
4	-2,5	4,25	5,812										3125	-1,75	-4,6875	-8	-11,6875	-15,75	-2
0	-2,25	2,0625	3,7			/							075	-2,4375	-5,25	-8,4375	-12	-15,9375	-
7	4 75	1 0275	1,012		/								1.25	-0	-5,0075	-0,70	-12,1070	-10	-4
0	-1,75	-1,9375	1 697	40	T								1,20	-3,4373	6 1975	-0,9375	12 1075	-10,9375	-
9	-1.25	-5 4375	-1,007		1								-2	-3 9375	-6.25	-8 9375	-12,1073	-15 4375	
10	-1,20	-0,4010	-4 687	20							4.2	5	1875	-0,0010	-6 1875	-8.75	-11 6875	-10,4010	
11	-0.75	-8 4375	1,007								175	20-40	2 25	-3 9375	-6	-8 4375	-11.25	-14 4375	
12	-0.5	-9.75	-7.187	0	TTTT I	-					0,5	0-20	1875	-3.75	-5.6875	-8	-10.6875	-13.75	-1
13	-0,25	-10,9375	-8,2		NA	1.5	1 20	5 N 10	1111-	E.	-0,75	-20-0	-2	-3,4375	-5,25	-7,4375	-10	-12,9375	
14	0	-12	-9,187	-20	F.		0	2,1	a,5 a	5 5		■ -402	0 3875	-3	-4,6875	-6,75	-9,1875	-12	-1
15	0,25	-12,9375	-1		/	/	(and the second second second	E 60 4	1,25	-2,4375	-4	-5,9375	-8,25	-10,9375	
16	0,5	-13,75	-10,687	-40	T,	/ /							6875	-1,75	-3,1875	-5	-7,1875	-9,75	-1
17	0,75	-14,4375	-11,2		/	/	-				And in case of the local division of	■ -806	0 0	-0,9375	-2,25	-3,9375	-6	-8,4375	
18	1	-15	-11,687	-60		/ /				and the second		-100	80 3125	0	-1,1875	-2,75	-4,6875	-7	
19	1,25	-15,4375	-1		1/	/					Ē		1,75	1,0625	0	-1,4375	-3,25	-5,4375	
20	1,5	-15,75	-12,187	-80		/					Ē		8125	2,25	1,3125	0	-1,6875	-3,75	
21	1,75	-15,9375	-12,2		/						Ē		4	3,5625	2,75	1,5625	0	-1,9375	
22	2	-16	-12,187	-10	0					Ē			8125	5	4,3125	3,25	1,8125	0	
23	2,25	-15,9375	-1							Ē			6,75	6,5625	7 0405	5,0625	3,75	2,0625	
24	2,5	-15,75	-11,687						and the second sec	Ē			5125	8,25	7,8125	0.0005	5,8125	4,25	
25	2,75	-10,4375	-11,2	6 76	2 1075	0	2 0125	E 2E	7 2125	0	10 2125	11.25	11 0125	10,0625	9,75	9,0625	8 10 2125	0,0025	
20	0.05	14 4075	-10,0075	-0,75	-3,1075	1.0005	2,0125	0,20	1,3120	10 5005	10,3125	11,20	40.75	14 0005	11,0125	11,20	10,3125	44 5005	-
14 4	▶ ► exp	1 / exp2 /	exp3 / f,tryg	1 / f,tryg2	/ f,tryg3 /	zaokrągi	z=xx+2xy-3	YY / 🔁 /			I		111						

Panel ekspertów (5 minut)

Jakie były problemy przy tworzeniu arkusza?

Dyskusja podsumowująca (5-10 minut)

Wnioski

Każdą funkcję od 2-zmiennych można narysować w arkuszu tworząc tabelę zakresów dla x i y i pamiętając o ręcznym wyrzuceniu wartości dla x oraz y- kiedy wyrażenie algebraiczne traci sens liczbowy;

Ocenianie

ocena wykonanych arkuszy w MS Excel

Dostępne pliki

Prezentacja wykresy_funkcji_od_2-zmiennych.pptx; arkusz wykresy_funkcji_od_2-zmiennych.xls zadania_ wykresy_funkcji_od_2-zmiennych.doc