

SCENARIUSZ LEKCJI

OPRACOWANY W RAMACH PROJEKTU:
INFORMATYKA – MÓJ SPOSÓB NA POZNANIE I OPISANIE ŚWIATA.
PROGRAM NAUCZANIA INFORMATYKI
Z ELEMENTAMI PRZEDMIOTÓW MATEMATYCZNO-PRZYRODNICZYCH

Autorzy scenariusza:

Paweł Królikowski, Agnieszka Brzostek

TEMAT LEKCJI:

Dzielenie wielomianów z wykorzystaniem schematu Hornera - jak informatyka upraszcza matematykę

Streszczenie

W poniższym scenariuszu lekcji zaprezentowano metodę dzielenia wielomianu przez dwumian $(x-c)$ z wykorzystaniem schematu Hornera. Metoda ta w znacznym stopniu upraszcza pisemne wykonywanie dzielenia wielomianów i może być pomocna w rozwiązywaniu zadań na lekcjach matematyki. Podczas realizacji tego scenariusza uczniowie będą stosować różne narzędzia informatyczne (arkusz kalkulacyjny, język programowania C++). Głównym celem zajęć jest pokazanie, w jakim stopniu informatyka może być przydatna na lekcjach matematyki.

Czas realizacji

2 x 45 minut

Podstawa programowa

Etap edukacyjny: IV, przedmiot: informatyka (poziom rozszerzony)

Cele kształcenia – wymagania ogólne:

III. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera, z zastosowaniem podejścia algorytmicznego

Treści nauczania – wymagania szczegółowe:

Poziom rozszerzony:

4. Opracowywanie informacji za pomocą komputera, w tym: rysunków, tekstów, danych liczbowych, animacji, prezentacji multimedialnych i filmów.



4) wykorzystuje arkusz kalkulacyjny do obrazowania zależności funkcyjnych i do zapisywania algorytmów.

5. Rozwiązywanie problemów i podejmowanie decyzji z wykorzystaniem komputera, stosowanie podejścia algorytmicznego.

11) opisuje podstawowe algorytmy i stosuje:

c) algorytmy numeryczne, np. zastosowania schematu Hornera

12) projektuje rozwiązanie problemu (realizację algorytmu) i dobiera odpowiednią strukturę danych;

14) dobiera odpowiednie struktury danych do realizacji algorytmu, w tym struktury dynamiczne;

16) opisuje własność algorytmu na podstawie analiz;

17) ocenia zgodność algorytmu ze specyfikacją;

19) szacuje wielkość pamięci potrzebnej do komputerowej realizacji algorytmu;

Podstawa programowa

Etap edukacyjny: IV, przedmiot: matematyka (poziom rozszerzony)

Cele kształcenia – wymagania ogólne:

II Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji

Treści nauczania- wymagania szczegółowe:

R3.4 uczeń stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$

Cel: Umiejętność wykorzystania i implementacji schematu Hornera z użyciem narzędzi informatycznych

Słowa kluczowe

Dzielenie wielomianów, schemat Hornera, arkusz kalkulacyjny, algorytm, schemat blokowy, program komputerowy

Co przygotować?

- prezentacja 1 (omówienie schematu Hornera),
- prezentacja 2 (algorytm w postaci schematu blokowego),
- wzorcowy arkusz kalkulacyjny,
- wzorcowy program w C++,
- zbiór zadań z matematyki (M. Kurczab, E. Kurczab, E. Świda- Matematyka- zbiór zadań do liceów i techników- klasa 2- zakres rozszerzony. Oficyna Edukacyjna. Krzysztof Pazdro,
- plik z zadaniami nr 1,
- plik z zadaniami nr 2.

Materiał teoretyczny.

Poniżej przedstawiono metodę dzielenia wielomianu przez dwumian za pomocą schematu Hornera.

$$W(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad \text{przez dwumian } x - c.$$

n – stopień wielomianu

a_n, \dots, a_0 – współczynniki liczbowe wielomianu

Przykład:

Podzielmy wielomian postaci: $x^3 + x^2 - 10x - 8$ przez dwumian $x - 4$

Krok 1

Przepisujemy współczynniki liczbowe wielomianu do odpowiednich komórek tabeli

$$1x^3 + 1x^2 - 10x - 8$$

| | | | | |
|---|----|----|----|----|
| Współczynniki liczbowe wielomianu | a3 | a2 | a1 | a0 |
| | 1 | | | |
| | | | | |
| Współczynniki liczbowe otrzymanego wielomianu | b3 | b2 | b1 | b0 |
| | | | | |

$$1x^3 + 1x^2 - 10x - 8$$

| | | | | |
|---|----|----|----|----|
| Współczynniki liczbowe wielomianu | a3 | a2 | a1 | a0 |
| | 1 | 1 | | |
| | | | | |
| Współczynniki liczbowe otrzymanego wielomianu | b3 | b2 | b1 | b0 |
| | | | | |

$$1x^3 + 1x^2 - 10x - 8$$

| | | | | |
|---|----|----|-----|----|
| Współczynniki liczbowe wielomianu | a3 | a2 | a1 | a0 |
| | 1 | 1 | -10 | |
| | | | | |
| Współczynniki liczbowe otrzymanego wielomianu | b3 | b2 | b1 | b0 |
| | | | | |

$$1x^3 + 1x^2 - 10x - 8$$



| | | | | |
|---|----------|----------|------------|-----------|
| Współczynniki liczbowe wielomianu | a3 | a2 | a1 | a0 |
| | 1 | 1 | -10 | -8 |
| | | | | |
| Współczynniki liczbowe otrzymanego wielomianu | b3 | b2 | b1 | b0 |
| | | | | |

Krok 2

Przepisujemy pierwiastek dwumianu $x-4$ do tabeli: $c = 4$

| | | | | |
|---|----------|----------|------------|-----------|
| Współczynniki liczbowe wielomianu | a3 | a2 | a1 | a0 |
| | 1 | 1 | -10 | -8 |
| 4 | | | | |
| Współczynniki liczbowe otrzymanego wielomianu | b3 | b2 | b1 | b0 |
| | | | | |

Krok 3

Przepisujemy wartość $a_3 = 1$ do komórki b_3

| | | | | |
|---|----------|----------|------------|-----------|
| Współczynniki liczbowe wielomianu | a3 | a2 | a1 | a0 |
| | 1 | 1 | -10 | -8 |
| 4 | | | | |
| Współczynniki liczbowe otrzymanego wielomianu | b3 | b2 | b1 | b0 |
| | 1 | | | |

Krok 4

Mnożymy wartość $c = 4$ z wartością $b_3 = 1$:

| | | | | |
|---|----------|----------|------------|-----------|
| Współczynniki liczbowe wielomianu | a3 | a2 | a1 | a0 |
| | 1 | 1 | -10 | -8 |
| 4 | | | | |
| Współczynniki liczbowe otrzymanego wielomianu | b3 | b2 | b1 | b0 |
| | 1 | | | |



Krok 5

Wynik umieszczamy w odpowiednim miejscu tabeli

| | | | | |
|---|----------|----------|------------|-----------|
| Współczynniki liczbowe wielomianu | a3 | a2 | a1 | a0 |
| | 1 | 1 | -10 | -8 |
| 4 | | 4 | | |
| Współczynniki liczbowe otrzymanego wielomianu | b3 | b2 | b1 | b0 |
| | 1 | | | |

Krok 6

Dodajemy

| | | | | |
|---|----------|----------|------------|-----------|
| Współczynniki liczbowe wielomianu | a3 | a2 | a1 | a0 |
| | 1 | 1 | -10 | -8 |
| 4 | | 4 | | |
| Współczynniki liczbowe otrzymanego wielomianu | b3 | b2 | b1 | b0 |
| | 1 | | | |

| | | | | |
|---|----------|----------|------------|-----------|
| Współczynniki liczbowe wielomianu | a3 | a2 | a1 | a0 |
| | 1 | 1 | -10 | -8 |
| 4 | | 4 | | |
| Współczynniki liczbowe otrzymanego wielomianu | b3 | b2 | b1 | b0 |
| | 1 | 5 | | |

Krok 7

Mnożymy wartość $c = 4$ z wartością $b_2 = 5$

| | | | | |
|---|----------|----------|------------|-----------|
| Współczynniki liczbowe wielomianu | a3 | a2 | a1 | a0 |
| | 1 | 1 | -10 | -8 |
| 4 | | 4 | | |
| Współczynniki liczbowe otrzymanego wielomianu | b3 | b2 | b1 | b0 |
| | 1 | 5 | | |



Krok 8

Wynik umieszczamy w odpowiednim miejscu tabeli

| | | | | |
|---|----|----|-----|----|
| Współczynniki liczbowe wielomianu | a3 | a2 | a1 | a0 |
| | 1 | 1 | -10 | -8 |
| 4 | | 4 | 20 | |
| Współczynniki liczbowe otrzymanego wielomianu | b3 | b2 | b1 | b0 |
| | 1 | 5 | | |

Krok 9

Dodajemy

| | | | | |
|---|----|----|-----|----|
| Współczynniki liczbowe wielomianu | a3 | a2 | a1 | a0 |
| | 1 | 1 | -10 | -8 |
| 4 | | 4 | 20 | |
| Współczynniki liczbowe otrzymanego wielomianu | b3 | b2 | b1 | b0 |
| | 1 | 5 | | |

| | | | | |
|---|----|----|-----|----|
| Współczynniki liczbowe wielomianu | a3 | a2 | a1 | a0 |
| | 1 | 1 | -10 | -8 |
| 4 | | 4 | 20 | |
| Współczynniki liczbowe otrzymanego wielomianu | b3 | b2 | b1 | b0 |
| | 1 | 5 | 10 | |

Krok 10

Mnożymy wartość $c = 4$ z wartością $b1 = 5$

| | | | | |
|---|----|----|-----|----|
| Współczynniki liczbowe wielomianu | a3 | a2 | a1 | a0 |
| | 1 | 1 | -10 | -8 |
| 4 | | 4 | 20 | |
| Współczynniki liczbowe otrzymanego wielomianu | b3 | b2 | b1 | b0 |
| | 1 | 5 | 10 | |



Krok 11

Wynik umieszczamy w odpowiednim miejscu tabeli

| | | | | |
|---|----|----|-----|----|
| Współczynniki liczbowe wielomianu | a3 | a2 | a1 | a0 |
| | 1 | 1 | -10 | -8 |
| 4 | | 4 | 20 | 40 |
| Współczynniki liczbowe otrzymanego wielomianu | b3 | b2 | b1 | b0 |
| | 1 | 5 | 10 | |

Krok 12

Dodajemy

| | | | | |
|---|----|----|-----|----|
| Współczynniki liczbowe wielomianu | a3 | a2 | a1 | a0 |
| | 1 | 1 | -10 | -8 |
| 4 | | 4 | 20 | 40 |
| Współczynniki liczbowe otrzymanego wielomianu | b3 | b2 | b1 | b0 |
| | 1 | 5 | 10 | |

| | | | | |
|---|----|----|-----|----|
| Współczynniki liczbowe wielomianu | a3 | a2 | a1 | a0 |
| | 1 | 1 | -10 | -8 |
| 4 | | 4 | 20 | 40 |
| Współczynniki liczbowe otrzymanego wielomianu | b3 | b2 | b1 | b0 |
| | 1 | 5 | 10 | 32 |

Ostatecznie:

- b3 = 1
- b2 = 5
- b1 = 10
- b0 = 32

| | | | | |
|---|----|----|-----|----|
| Współczynniki liczbowe wielomianu | a3 | a2 | a1 | a0 |
| | 1 | 1 | -10 | -8 |
| 4 | | 4 | 20 | 40 |
| Współczynniki liczbowe otrzymanego wielomianu | b3 | b2 | b1 | b0 |
| | 1 | 5 | 10 | 32 |

Opis funkcji wykorzystanych w arkuszu wielomian.xls

Budowa funkcji jeżeli

Aby rozwiązać problem dzielenia wielomianów schematem Hornera w MS Excel należy postąpić się funkcją jeżeli. Jej budowa jest następująca:

=jeżeli(test_logiczny;wartość_jeżeli_prawda;wartość_jeżeli_fałsz)

Zagadnienie funkcji warunkowej było szerzej omawiane w klasie 1 – zakres podstawowy.

Przykładowa formuła obliczająca współczynnik b_{n-1} ilorazu wielomianu $W(x)$ i dwumianu $x-c$.

adres komórki L9 **=JEŻELI(L5<>" ";\$I\$3*K9+L6;" ")**

L5 – jest to komórka przechowująca indeks współczynnika liczbowego a_{n-1} .

- a) jeżeli komórka ta nie jest pusta (warunek L5<>" "), wówczas arkusz realizuje algorytm wyznaczania współczynnika liczbowego b_{n-1} za pomocą wyrażenia $\$I\$3*K9+L6$, gdzie:
- I3 – jest wartością c pierwiastka dwumianu $x-c$,
 - K9 – jest wartością b_n ,
 - L6 – jest wartością a_{n-1}

| | | | | | |
|-------------|--------|---------|-------|-----|-----------|
| $b_{n-1} =$ | c | \cdot | b_n | $+$ | a_{n-1} |
| L9 = | \$I\$3 | • | K9 | + | L6 |

- b) jeżeli komórka L5 jest pusta – oznacza to, że nie ma więcej współczynników liczbowych a , wówczas zawartość komórki b_{n-1} pozostaje pusta.

Opisaną formułę należy przekopiować do kolejnych komórek (M9:AT9) w celu wyliczenia pozostałych wartości $b_{n-2}, b_{n-3}, \dots, b_1, b_0$.

W opisanym rozwiązaniu pojawia się hasło „kopiowanie komórek”. Należy zwrócić uwagę na zawartość komórki I3. Przechowuje ona wartość c (stałą dla całego ciągu obliczeń). Dlatego też należy zablokować komórkę I3 tak aby pierwiastek c nie zmienił swojej wartości podczas procesu kopiowania formuły. Stąd też uzyskujemy zapis $\$I\3 .

Przebieg zajęć:

Część pierwsza (45 minut)

1. Wprowadzenie (10 minut)

Poinformowanie uczniów do czego służy schemat Hornera. Zwrócenie uwagi, że metoda ta była stosowana już wcześniej np. przez matematyków chińskich w XII w. Schematem tym posługiwał się również I. Newton.

Zaprezentowanie uczniom metody dzielenia wielomianów za pomocą schematu Hornera- prezentacja 1.

2. Praca grupowa i indywidualna uczniów (30minut)

Wybrani uczniowie wykonują na tablicy dzielenie wielomianów przez dwumian z wykorzystaniem schematu Hornera. Pozostali uczniowie pracują samodzielnie- plik zadania nr 1.

W dalszej części zajęć uczniowie w grupach dwuosobowych przygotowują arkusz kalkulacyjny do wykonywania dzielenia wielomianów schematem Hornera. Następnie porównują efekty swojej pracy z wzorcowym arkuszem przygotowanym przez nauczyciela.

3. Podsumowanie danego etapu lekcji.(5 minut)

Zwrócenie uwagi na budowę formuły obliczającej kolejne współczynniki liczbowe wielomianu będącego ilorazem.

Część druga (45 minut)

4. Dyskusja prowadząca do zbudowania algorytmu działania schematu Hornera. (20 minut)

- 1) Odwołanie się do wcześniejszych przykładów i wyprowadzenie zależności na kolejne współczynniki wielomianu będącego ilorazem ($b_n = a_n$, $b_{n-1} = cb_n + a_{n-1}$, dla $n \in N$).
- 2) Przygotowanie wraz z nauczycielem specyfikacji algorytmu.
- 3) Przedstawienie i omówienie schematu blokowego rozpatrywanego algorytmu- prezentacja nr 2.

5. Praca grupowa (20 minut)

Uczniowie w dwuosobowych grupach implementują przedstawiony algorytm w języku C++, wykorzystując instrukcje iteracyjne i tablice.

6. Podsumowanie lekcji (5minut)

Sprawdzenie poprawności działania napisanego programu- program wzorcowy.

Sprawdzenie wiedzy (praca domowa uczniów):

- Rozwiązanie zadań ze zbioru zadań- zadania nr 5.96, 5.97, 5.98 str. 160/ 170,
- rozwiązanie zadania – plik zadań nr 2



Ocenianie

- Plik zadania nr 1- ocenianie poprawności wykonania dzielenia wielomianów za pomocą schematu Hornera.
- Ocena poprawności budowy formuł użytych w arkuszu kalkulacyjnym oraz zastosowanych instrukcji w programie komputerowym.
- Ocena pracy domowej zgodnie z zasadami PZO.

Dostępne pliki

- prezentacja 1 (działanie schematu Hornera),
- prezentacja 2 (schemat blokowy algorytmu),
- arkusz (wzorcowy arkusz kalkulacyjny),
- program (wzorcowy program w C++)
- plik z zadaniami nr 1,
- plik z zadaniami nr 2,